



آزمون ۲ از ۱۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش یازدهم - تابستانه دوم (۱۴۰۲/۰۶/۱۰)

ریاضی و فیزیک (یازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضی (۱) و هندسه (۱)

۱. گزینه ۲ درست است.

$$a_n = 3n \text{ الگوی دایره‌های سفید}$$

$$b_n = n(n+1) \text{ الگوی دایره‌های سیاه}$$

$$\frac{b_n}{a_n} = \frac{29(30)}{3 \times 29} = 10$$

۲. گزینه ۱ درست است.

$$P(x, y), x^2 + y^2 = 1, r = 1 \text{ شعاع دایره مثلثاتی}$$

در دایره مثلثاتی:

$$x^2 + \left(\frac{96}{100}\right)^2 = 1 \rightarrow x^2 + \left(\frac{24}{25}\right)^2 = 1 \rightarrow x = \pm \frac{7}{25}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم مثلثاتی}} x = -\frac{7}{25} \Rightarrow P\left(-\frac{7}{25}, \frac{24}{25}\right)$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{-24}{7} \quad \sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{24}{25} = \frac{24}{25}$$

$$\text{عبارت سؤال} = 7 \tan \alpha + 5 \sin \alpha = 7\left(\frac{-24}{7}\right) + 5\left(\frac{24}{25}\right) = 24$$

۳. گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{8\sqrt{9}} &= \sqrt{\sqrt{8^3 \times 9}} = \sqrt{(2^3)^3 \times 3^2} = \sqrt{2^9 \times 3^2} \\ \sqrt{4\sqrt{12}} &= \sqrt{\sqrt{4^3 \times 12}} = \sqrt{(2^2)^3 \times 2^2 \times 3} = \sqrt{2^6 \times 3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M = \sqrt[6]{(2^9 \times 3^2) \times (2^6 \times 3)}$$

$$\Rightarrow M = \sqrt[6]{2^{15} \times 3^3} \Rightarrow M^2 = \sqrt[6]{2^{30} \times 3^6} = 2^5 \times 3 = 96$$

$$(M^2 + 29)^{\frac{1}{3}} = (96 + 29)^{\frac{1}{3}} = (125)^{\frac{1}{3}} = 5$$

۴. گزینه ۳ درست است.

$$\sqrt{(3x+2)^2} < \sqrt{(x+3)^2} \Leftrightarrow |3x+2| < |x+3| \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 9x^2 + 12x + 4 < x^2 + 6x + 9$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 6x - 5 < 0 \xrightarrow{\Delta=196} x = \frac{-6 \pm 14}{16} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{5}{4} \end{array} \right.$$

x	$-\frac{5}{4}$	$\frac{1}{2}$
عبارت نامعاده	+	-
	+	+

$$\Rightarrow -\frac{5}{4} < x < \frac{1}{2}, \quad |\alpha x + \beta| < 7$$

$$\begin{array}{ccc} \times 8 \downarrow & & \downarrow \\ -10 < 8x < 4 & \rightarrow & -7 < \alpha x + \beta < 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} +3 \downarrow & & \\ -7 < 8x + 3 < 7 & \rightarrow & \begin{cases} \alpha = 8 \\ \beta = 3 \end{cases} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{6x+4}{2x-1} < 2 &\rightarrow \frac{6x+4}{2x-1} - 2 < 0 \rightarrow \frac{2x+6}{2x-1} < 0 \Rightarrow -3 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{6x+4}{2x-1} > -4 &\rightarrow \frac{14x}{2x-1} > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -3 < x < 0$$

$$\rightarrow -\frac{3}{2} < x + \frac{3}{2} < \frac{3}{2} \rightarrow |x + \frac{3}{2}| < \frac{3}{2} \begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ n = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$m \times n \times \alpha \times \beta = \frac{-3}{2} \times \frac{3}{2} \times 8 \times (3) = -54$$

۵. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow S(-3, 0) \text{ است رأس سهمی} \Rightarrow \begin{cases} -3 = \frac{-b}{2(-3)} \Rightarrow \boxed{b = -18} \\ -3(-3)^2 + b(-3) + c = 0 \Rightarrow c = -27 \end{cases}$$

روش دوم:

$$f(x) = -3(x+3)^2 + 0 = -3x^2 + bx + c$$

$\uparrow$
 $S(-3, 0)$

$$-3x^2 - 18x - 27 = -3x^2 + bx + c \begin{cases} b = -18 \\ c = -27 \end{cases}$$

نکته: اگر (x_0, y_0) رأس سهمی باشد، ضابطه سهمی را می توان به صورت $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$ در نظر گرفت. (صفحه ۸۰ کتاب ریاضی ۱)

$$f\left(\frac{3b}{c}\right) = f\left(\frac{3(-18)}{-27}\right) = f(2) = -3(2)^2 - 18(2) - 27 = -75$$

۶. گزینه ۴ درست است.

حرف «ی» اگر در آخر کلمه باشد، نقطه ندارد و در غیر این صورت ۲ نقطه دارد. چون فقط ۶ نقطه می خواهیم، پس حرف «ی» الزاماً باید آخر کلمه باشد:

ی	ا	ت	ش	گ	ج
↓					

Δ!

حالت ۱

$$۱۲۰ = ۵! \times ۱ = \text{تعداد کلمات با ۶ نقطه}$$

۷. گزینه ۳ درست است.

$$n(s) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1,1)(1,2)(1,4)(1,6)(2,1)(2,3)(2,5)(3,2)(3,4)(4,1)(4,3)(5,2)(5,6)(6,1)(6,5)\} \rightarrow n(A) = 15$$

$$B = \{(2,2)(2,3)(2,5)(3,2)(3,3)(3,5)(5,2)(5,3)(5,5)\} \rightarrow n(B) = 9$$

$$A \cap B = \{(2,3)(2,5)(3,2)(5,2)\} \rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$\begin{aligned} n(A' - B) &= n(A' \cap B') = n(S) - n(A \cup B) = n(S) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) \\ &= 36 - 15 - 9 + 4 = 16 \end{aligned}$$

۸. گزینه ۴ درست است.

متغیرهای کیفی اسمی: مدل گوشی - رنگ چشم - گروه خونی - اقوام ایرانی - نوع بارندگی $m = 5$
 متغیرهای کیفی ترتیبی: ماه‌های سال - میزان آلودگی هوا - میزان تحصیلات - مراحل تحصیل - میزان لذت بردن از ریاضی
 - مراحل زندگی - درجه نظامیان - میزان بارندگی $n = 8$

$$m^2 + n^2 = 5^2 + 8^2 = 89$$

۹. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۴ درست است؛ زیرا:

$$x^2 + x < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 0$$

$$x = -\frac{1}{64} \Rightarrow \sqrt[3]{x} + \sqrt{-x} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{8} < 0 \quad \checkmark$$

$$\text{رد گزینه (۱): } x = -\frac{1}{8} \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} = \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} > 0$$

$$\text{رد گزینه (۲): } x = -\frac{1}{64} \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} - \sqrt{-x} = \frac{1}{16} - \frac{1}{8} = -\frac{1}{16} < 0$$

$$\text{رد گزینه (۳): } x = -\frac{1}{64} \Rightarrow \sqrt[3]{x} - \sqrt{-x} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = -\frac{3}{8} < 0$$

۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$y = x^2 - x \xrightarrow{\text{انتقال ۱ واحدی به سمت X های منفی}} y = (x+1)^2 - (x+1) \xrightarrow{\text{انتقال ۶ واحدی به سمت پایین}}$$

$$y = (x+1)^2 - (x+1) - 6 \Rightarrow y = x^2 + 2x + 1 - x - 6$$

$$\Rightarrow y = x^2 + x - 6 \xrightarrow{\text{نمودار زیر محور X ها}} x^2 + x - 6 < 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) < 0 \Rightarrow -3 < x < 2$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ a = -3 & b = 2 \end{matrix}$$

$$2b - 3a = 2(2) - 3(-3) = 13$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \max\left(\frac{12}{3 + \sin x}\right) = \frac{12}{3 + (-1)} = 6 \\ \min\left(\frac{12}{3 + \sin x}\right) = \frac{12}{3 + 1} = 3 \end{cases}$$

$$ax + by = \gamma \Rightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{\gamma}{b}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{-a}{b} = 6 \Rightarrow \frac{-a}{\frac{\gamma}{3}} = 6 \Rightarrow \boxed{a = -14}$$

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{\gamma}{b} = 3 \Rightarrow \boxed{b = \frac{\gamma}{3}}$$

$$6b - a = 6\left(\frac{\gamma}{3}\right) - (-14) = 14 + 14 = 28$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

جمله عمومی دنباله هندسی $t_1 \cdot r^{n-1}$ است:

$$\underbrace{t_1, t_1 r, t_1 r^2}, \underbrace{t_1 r^3, t_1 r^4, t_1 r^5}$$

$$t_1(1+r+r^2)=152 \quad (1) \quad t_1 r^3(1+r+r^2)=513 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 152 \times r^3 = 513 \Rightarrow \boxed{r = \frac{3}{2}} \Rightarrow t_1 \left(1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right) = 152 \Rightarrow \boxed{t_1 = 32}$$

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است:

$$t_1 = 32, d = \frac{3}{2}, n = 19$$

$$t_{19} = 32 + (19-1) \times \frac{3}{2} = 32 + 27 = 59$$

۱۳. گزینه ۲ درست است.

چهار حالت زیر برای مسئله وجود دارد:

$$(1) \quad \boxed{\text{سپرست}} \quad \boxed{\text{مربی}} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \Rightarrow 4! \times 2! \times \binom{6}{3} \times 3! = 5760$$

$$(2) \quad \boxed{\text{سپرست}} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \boxed{\text{مربی}} \Rightarrow 5! \times 2! \times \binom{6}{2} \times 2! = 7200$$

$$(3) \quad \boxed{\text{سپرست}} \quad \boxed{\text{مربی}} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \Rightarrow 6! \times 2! \times \binom{6}{1} \times 1! = 8640$$

$$(4) \quad \boxed{\text{سپرست}} \quad \boxed{\text{مربی}} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \Rightarrow 7! \times 2! \times \binom{6}{0} \times 0! = 10080$$

جایگشت یک بسته و بازیکن‌های بیرون بسته

جایگشت مربی و سپرست باهم درون بسته

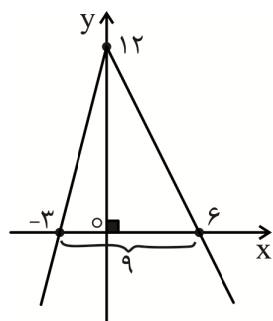
جایگشت بازیکنان انتخابی در بین مربی و سپرست

انتخاب بازیکن برای قرار گرفتن بین مربی و سپرست در بسته

$$\text{مجموع تمام حالات ممکن} = 5760 + 7200 + 8640 + 10080 = 31680$$

۱۴. گزینه ۲ درست است.

با توجه به تعریف قدرمطلق:



$$f(x) = \begin{cases} 12 - 2x & ; x \geq 0 \\ 4x + 12 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$S_A = \frac{9 \times 12}{2} = 54$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

ضابطه تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم:

$$2(a(x-3)+b) + a(2-x) + b = x + 2$$

$$2ax - 6 + 2b + 2a - ax + b = x + 2$$

$$ax + 2a + 3b - 6 = x + 2$$

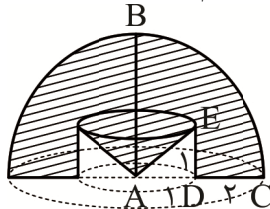
$$a = 1, 2a + 3b - 6 = 2 \rightarrow b = 2$$

با این شرایط ضابطه تابع خطی f به صورت $f(x) = x + 2$ است:

$$f(4) - f(-4) = 6 - (-2) = 8$$

۱۶. گزینه ۴ درست است.

برای محاسبه حجم شکل نهایی باید از حجم نیمکره، حجم استوانه را تفریق و حجم مخروط را اضافه کنیم:



$$\left. \begin{aligned} AD &= 3 - 2 = 1 \\ AE &= \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AE^2 = AD^2 + DE^2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + DE^2 \Rightarrow DE = 1$$

شعاع نیمکره $R = 3$ و $AD = 1 = r$ شعاع قاعده استوانه و مخروط

$$V_{\text{نهایی}} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) - \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V_{\text{نهایی}} = \frac{2}{3} \pi R^3 - \frac{2}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \times 3 \times 3^3 - \frac{2}{3} \times 3 \times 1^2 \times 1 = 54 - 2 = 52$$

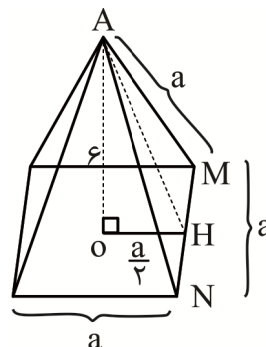
۱۷. گزینه ۱ درست است.

در هرم منتظم با قاعده مربع، وجوه جانبی مثلث متساوی الاضلاع هستند:

$$\left\{ \begin{aligned} AM = MN = NA = a \\ OA = h = 6 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} AH &= \frac{\sqrt{3}}{2} a \\ OH &= \frac{1}{2} a \end{aligned} \right.$$

$$AH^2 = OH^2 + OA^2$$

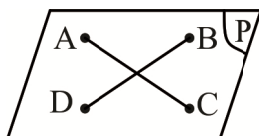
$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 = \left(\frac{1}{2} a \right)^2 + 6^2 \Rightarrow a = 6\sqrt{2}$$



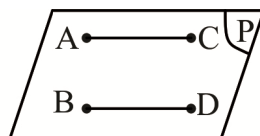
$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} a^2 \times h = \frac{1}{3} (6\sqrt{2})^2 \times 6 = 144$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.

مطابق شکل، اگر AC و BD موازی یا متقاطع باشند، از این دو خط الزاماً یک صفحه مانند P می‌گذرد و در نتیجه ۴ نقطه A, B, C, D در یک صفحه‌اند و این خلاف فرض سؤال است. پس این دو خط الزاماً متناظرند، زیرا از هر ۳ نقطه غیرواقع بر یک خط (مثلاً A, B, C) حتماً یک صفحه می‌گذرد و کفایت نقطه چهارم (یعنی D) خارج از این صفحه باشد، با این شرایط دو پاره خط نسبت به هم متناظرند.



متقاطع



موازی

۱۹. گزینه ۱ درست است.

مطابق نتیجه تمرین ۷ صفحه ۶۴ کتاب هندسه (۱)، محیط چهارضلعی جدید با شرایط مسئله برابر مجموع دو قطر چهارضلعی اولیه و مساحت آن نصف مساحت چهارضلعی اولیه است:

$$۲۲ = ۱۰ + ۱۲ = \text{محیط چهارضلعی جدید}$$

$$۳۰ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۱۲ \right) = \text{مساحت چهارضلعی جدید}$$

$$۸ = ۳۰ - ۲۲ = \text{اختلاف دو عدد مورد نظر سؤال}$$

۲۰. گزینه ۳ درست است.

تعداد کل قطرهای یک n ضلعی محدب از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ به دست می آید بنابراین:

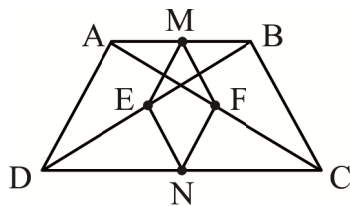
$$(n+1) + \frac{(n+1)(n+1-3)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2n(2n-3)}{2} \rightarrow n = 4$$

از هر رأس یک n ضلعی محدب حداکثر $n-3$ قطر رسم می شود:

$$3n-3 = 3 \times 4 - 3 = 9$$

۲۱. گزینه ۴ درست است.

مطابق شکل و فرض مسئله: $AD = BC$



$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABD: \text{وسط اضلاع } E, M \Rightarrow EM \parallel AD, EM = \frac{1}{2} AD \\ \triangle ACD: \text{وسط اضلاع } F, N \Rightarrow NF \parallel AD, NF = \frac{1}{2} AD \end{array} \right\} \Rightarrow EM \parallel NF, EM = NF \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC: \text{وسط اضلاع } F, M \Rightarrow MF \parallel BC, MF = \frac{1}{2} BC \\ \triangle BDC: \text{وسط اضلاع } N, E \Rightarrow EN \parallel BC, EN = \frac{1}{2} BC \end{array} \right\} \Rightarrow EN \parallel MF, EN = MF \quad (2)$$

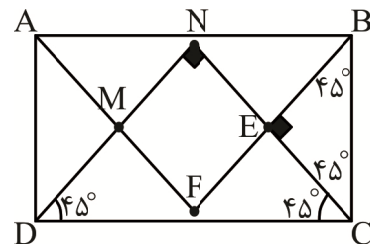
چهارضلعی EMFN لوزی است. $(1), (2) \Rightarrow$

۲۲. گزینه ۴ درست است.

مشابه تمرین ۳ صفحه ۶۳ کتاب هندسه (۱)، از برخورد ۴ نیمساز داخلی هر مستطیل همواره یک مربع پدید می آید. مطابق شکل مثلثهای AFB, ADM, EBC, DNC همگی متساوی الساقین و قائم الزاویه هستند:

$$\left\{ \begin{array}{l} NC = \frac{\sqrt{2}}{2} DC \\ EC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{NC - EC}_{\text{ضلع مربع (x)}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\underbrace{DC - BC}_{\text{طول مستطیل}}) \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{عرض مستطیل}}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} (28 - 22) = 3\sqrt{2} \Rightarrow S_{\square} = x^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$



۲۳. گزینه ۱ درست است.

بر اساس فرمول پیک (صفحه ۷۰ کتاب هندسه (۱)) در چند ضلعی شبکه‌ای با تعداد نقاط مرزی (b) و درونی (i)، مساحت برابر است با: $S = \frac{b}{2} + i - 1$. می‌دانیم $b \geq 3$ و $i \geq 0$ ، بنابراین مطابق جدول زیر برای تمام i و b هایی که حاصل ضرب آن‌ها ۷۲ می‌شود، مساحت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$i \times b = 72$$

i	۱	۲	۳	۴	۶	۹	۱۲	۲۴
b	۷۲	۳۶	۲۴	۱۸	۱۲	۸	۶	۳
S	۳۶	۱۹	۱۴	۱۲	۱۱	۱۲	۱۴	۲۴/۵

$$\begin{cases} S_{\max} = 36 \\ S_{\min} = 11 \end{cases} \Rightarrow S_{\max} - S_{\min} = 25$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.

مطابق اثبات تمرین ۶ صفحه ۷۲ و نتایج فعالیت صفحه ۶۷ کتاب هندسه (۱)، با رسم سه میانه هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود. در $\triangle ABC$ نقطه N محل هم‌رسی میانه است، (در متوازی‌الاضلاع قطر‌ها منصف یکدیگرند یعنی BO میانه ضلع AC است و M هم طبق فرض سؤال وسط ضلع BC است). بنابراین:

$$\begin{cases} S_{\triangle MNB} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle MNB} = \frac{1}{12} S_{ABCD} \rightarrow \Delta = \frac{1}{12} S_{ABCD} \rightarrow S_{ABCD} = 12 \times 5 = 60$$

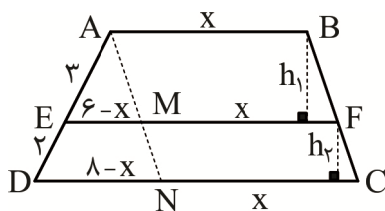
۲۵. گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMD \sim \triangle BMN : \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ \triangle AMB \sim \triangle DMP : \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP} \rightarrow AM^2 = MN \times MP \rightarrow AM^2 = 4(4+5)$$

$$\rightarrow AM^2 = 36 \rightarrow AM = 6 \rightarrow AP = 6 + 4 + 5 = 15$$

۲۶. گزینه ۴ درست است.

از رأس A خطی به موازات BC رسم می‌کنیم:



$$\triangle ADN \text{ در تعمیم تالس در } \frac{AE}{AD} = \frac{EM}{DN} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{6-x}{8-x} \rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{h_1}{h_1+h_2} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{h_1}{h_1+h_2} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت در مخرج}} \frac{3}{5-3} = \frac{h_1}{\cancel{h_1} + h_2 - \cancel{h_1}}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} = \frac{h_1}{h_2} \rightarrow \boxed{h_2 = \frac{2}{3} h_1}$$

$$\frac{S_{\triangle EFGD}}{S_{\triangle ABFE}} = \frac{\frac{1}{2}(6+8) \times \frac{2}{3}h_1}{\frac{1}{2}(3+6) \times h_1} = \frac{28}{27}$$

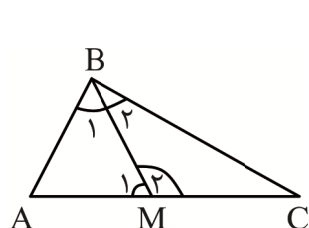
۲۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{محیط مثلث اول} = 7 + 5 + 11 = 23$$

$$\text{محیط مثلث دوم} = 92$$

$$\left. \begin{aligned} K = \frac{92}{23} = \frac{x}{5} &\Rightarrow x = 20 \\ K = \frac{92}{23} = \frac{x}{11} &\Rightarrow x = 44 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف مورد نظر} = 44 - 20 = 24$$

۲۸. گزینه ۱ درست است.



$$BM \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \quad (1)$$

$$\hat{M}_1 = \hat{B}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{M}_1 > \hat{B}_2 \xrightarrow{\text{طبق (1)}} \hat{M}_1 > \hat{B}_1$$

در هر مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

$$\triangle ABM : \hat{M}_1 > \hat{B}_1 \Rightarrow \boxed{AB > AM}$$

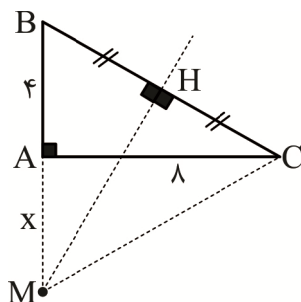
به همین روش در $\triangle BMC$ هم ثابت می‌شود که:

$$\hat{M}_2 = \hat{B}_1 + \hat{A} \rightarrow \hat{M}_2 > \hat{B}_2 \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2} \hat{M}_2 > \hat{B}_1 \Rightarrow BC > MC$$

رابطه $BM + MA > AB$ بدیهی است (قضیه نامساوی یا حمار صفحه ۲۷ کتاب هندسه ۱)

۲۹. گزینه ۲ درست است.

چون طبق فرض سؤال MH عمود منصف است، پس فاصله نقطه M از دو سر وتر BC به یک فاصله است:



$$MC = MB = 4 + x$$

$$\triangle AMC : \text{فیثاغورث در } MC^2 = MA^2 + AC^2$$

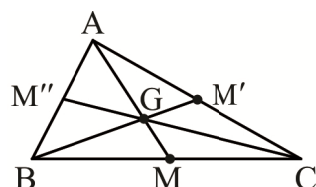
$$(4+x)^2 = x^2 + 8^2 \Rightarrow 16 + 8x + x^2 = x^2 + 64$$

$$8x = 48 \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

فاصله M از دورترین رأس مثلث یعنی B یا C (چون $MC = MB$) برابر $4 + x = 10$ است.

۳۰. گزینه ۴ درست است.

مطابق فعالیت صفحه ۶۷ کتاب هندسه (۱):

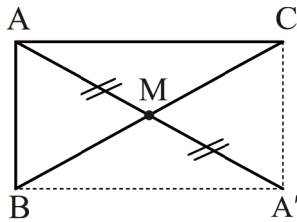


$$AG = \frac{2}{3}AM, BG = \frac{2}{3}BM', CG = \frac{2}{3}CM'' \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} AB &< AG + BG \\ BC &< BG + CG \Rightarrow \frac{AB + AC + BC}{2} < AG + BG + CG \xrightarrow{(1)} \\ AC &< CG + AG \end{aligned} \right.$$

$$\frac{AB+AC+BC}{2} < \frac{2}{3}AM + \frac{2}{3}BM' + \frac{2}{3}CM'' \Rightarrow \boxed{\frac{3}{4}(AB+AC+BC) < AM+BM'+CM''} \quad (2)$$

از طرف دیگر، اگر میانه AM را به اندازه خودش امتداد دهیم. (نقطه A') و با استفاده از قضیه نامساوی (قضیه حمار صفحه ۲۷ کتاب هندسه ۱) در مثلث ABA':



$$AA' < AB + BA'$$

$$\downarrow$$

$$2AM < AB + AC$$

$$\boxed{AM < \frac{AB+AC}{2}}$$

توجه: (چهارضلعی ABA'C متوازی الاضلاع است زیرا قطرهای آن منصف یکدیگرند).
به همین ترتیب برای ۲ میانه دیگر هم ثابت می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} AM < \frac{AB+AC}{2} \\ BM' < \frac{AB+BC}{2} \\ CM'' < \frac{AC+BC}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{AM+BM'+CM'' < AB+AC+BC} \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow \frac{3}{4} \text{ محیط مثلث } < \text{ مجموع اندازه ۳ میانه مثلث } < \text{ محیط مثلث } = ۵+۶+۹=۲۰$$

$$\frac{3}{4} \times ۲۰ < \text{ مجموع ۳ میانه } < ۲۰$$

$$\boxed{۱۵ < \text{ مجموع ۳ میانه } < ۲۰}$$

فیزیک (۱)

۳۱. گزینه ۴ درست است.

$$P^2 = k \times 2m \Rightarrow P^2 = \frac{1}{2} m V^2 \times 2m = m^2 V^2$$

$$\frac{P_2^2}{P_1^2} = \frac{۱۶۹}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱۳}{۱۰} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_1 = \frac{۱۰ \times P_2}{۱۳} = \frac{۱۰ \times (P_1 + ۷/۵)}{۱۳} = ۱۳P_1 - ۱۰P_1 = ۷۵$$

$$۳P_1 = ۷۵$$

$$P_1 = \frac{۷۵}{۳} = ۲۵$$

۳۲. گزینه ۱ درست است.

اگر بردارها موازی باشند و هم‌جهت: $۶+۵=۱۱$

اگر بردارها موازی باشند و غیر هم‌جهت: $۶-۵=۱$

اگر زاویه بین آنها صفر و ۱۸۰° نباشد، برآیند بین ۱ و ۱۱ خواهد بود.

۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$\theta = 90^\circ - 30^\circ - 15^\circ = 45^\circ$$

$$W = F.d.\cos\theta$$

$$W = 30 \times 20 \times \cos 45^\circ = 30 \times 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 300\sqrt{2}$$

۳۴. گزینه ۳ درست است.

$$m_r = m_1 - \frac{10}{100} m_1 = 0.9 m_1$$

$$V_r = V_1 + \frac{20}{100} V_1 = 1.2 V_1$$

$$\Delta K = K_r - K_1 = \frac{1}{2} m_r V_r^2 - \frac{1}{2} m_1 V_1^2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} (0.9 m_1 \times (1.2 V_1)^2 - m_1 V_1^2) = 0.148 m_1 V_1^2$$

$$\Delta K = 0.148 K_1 \sim 0.15 K_1$$

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{0.15 K_1}{K_1} \times 100 = 15\%$$

۳۵. گزینه ۴ درست است.

$$9 - 5 = 4_m$$

$$W = mgh = \frac{6}{10} \times 10 \times 4 = 24_m > 0$$

۳۶. گزینه ۲ درست است.

$$P_A < P_B \Rightarrow P = \frac{W}{t}, \quad \eta = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}$$

$$t_A > t_B \quad \eta_A > \eta_B \Rightarrow W_A > W_B \quad \text{بازده راندمان}$$

۳۷. گزینه ۱ درست است.

ترموکوپل جزو دماسنج‌های معیار محسوب نمی‌شود. ترموکوپل وسیله‌ای برای اندازه‌گیری دما است که کمیت دماسنجی آن ولتاژ است.

۳۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{شیب خط} = \frac{80 - 20}{40 - 35} = \frac{\Delta \theta}{\Delta h} = 12$$

$$y = ax + b$$

$$\theta = mh + b$$

$$80 = 12 \times 40 + b \Rightarrow b = -400 \Rightarrow \theta = 12h - 400$$

۳۹. گزینه ۳ درست است.

$$\theta_r = 100^\circ \text{C} \quad h_r = 24 \text{cm}$$

$$\theta_1 = 0^\circ \text{C} \quad h_1 = 4 \text{cm} \quad \frac{\theta - \theta_1}{\theta_r - \theta_1} = \frac{h - h_1}{h_r - h_1}$$

$$\theta = ? \quad h = 12 \text{cm}$$

$$\frac{\theta - 0^\circ}{100^\circ - 0^\circ} = \frac{12 - 4}{24 - 4} \Rightarrow \frac{\theta}{100^\circ} = \frac{8}{20} \Rightarrow \theta = 40^\circ \text{C}$$

$$C = \frac{F - 32}{1.8} \Rightarrow \theta_F = \frac{40^\circ \times 1.8}{1} + 32 = 104^\circ \text{F}$$

۴۰. گزینه ۴ درست است.

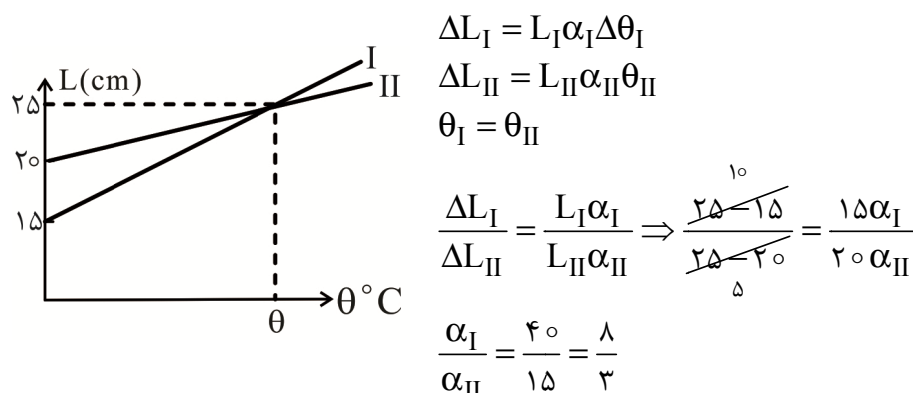
$$\beta = 3\alpha$$

$$\Delta V_r = \Delta V_l \Rightarrow V_r \beta \Delta \theta = V_l 3\alpha \Delta \theta$$

$$\frac{V_r}{V_l} = \frac{3\alpha \Delta \theta}{\beta \Delta \theta} - \frac{V_r}{V_l} = \frac{3\alpha}{\beta}$$

$$\frac{V_l}{V_r} = \frac{\beta}{3\alpha} \Rightarrow \frac{V_r}{V_l} = \frac{3\alpha}{\beta}$$

۴۱. گزینه ۲ درست است.



۴۲. گزینه ۴ درست است.

آب حالت استثناء دارد و از دمای 0°C تا 4°C با افزایش دما، حجم آن کم و چگالی آن افزایش می‌یابد.

۴۳. گزینه ۱ درست است.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_A C_A (\theta - \theta_A) + m_B C_B (\theta - \theta_B) = 0$$

$$m_A C_A \left(\frac{\theta_A + \theta_B}{2} - \theta_A \right) + m_B C_B \left(\frac{\theta_A + \theta_B}{2} - \theta_B \right) = 0$$

$$m_A C_A \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} \right) + m_B C_B \left(\frac{\theta_A - \theta_B}{2} \right) = 0$$

$$m_A C_A \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} \right) = m_B C_B \left(\frac{\theta_A - \theta_B}{2} \right)$$

$$m_A C_A = m_B C_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{C_B}{C_A} = \frac{4}{5}$$

۴۴. گزینه ۲ درست است.

$$Q_{cu} = Q_{AL}$$

$$m_{cu} C_{cu} \Delta \theta_{cu} = m_{AL} C_{AL} \Delta \theta_{AL} \Rightarrow \frac{m_{cu}}{m_{AL}} = \frac{C_{AL}}{C_{cu}} \Rightarrow C_{AL} > C_{cu} \Rightarrow m_{AL} < m_{cu}$$

۴۵. گزینه ۴ درست است.

چون مقداری یخ باقی مانده است، پس آب و یخ در حالت تعادل اند و دمای تعادل 0°C است. پس آب 10°C به آب 0°C تبدیل شده است.

$$10^{\circ}\text{C} \text{ آب} \longrightarrow 0^{\circ}\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 600 \times 4/2 \times 10$$

$$Q_1 = m'L_f \Rightarrow 600 \times 4/2 \times 10 = m'L_f$$

$$600 \times 4/2 \times 10 = m' \times 336 \Rightarrow m' = 75\text{g}$$

$$\text{جرم یخ اولیه} = m' + m'' = 75 + 15 = 90\text{g}$$

این گرما می تواند ۷۵g یخ را ذوب کند.

۴۶. گزینه ۳ درست است.

۴۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{Ag } 20^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{Ag } 62^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} 62^{\circ}\text{C} \text{ ذوب شده}$$

$$Q_t = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_f \Rightarrow Q_t = 0/2 \times 240 \times 600 + 0/2 \times 88 \times 10^3 \\ = 28800 + 17600 = 46400\text{J}$$

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{27+273} = \frac{P_2}{28+273}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{301}{300} \Rightarrow \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{301 - 300}{300} = \frac{1}{300} = \frac{\Delta P}{P_1}$$

۴۹. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{P_1 V_1 = n_1 R T_1}{P_2 V_2 = n_2 R T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{n_2 R T_2}{n_1 R T_1} \Rightarrow \frac{1/5 \times 2/8}{1 \times 22/4} = \frac{n_2 \times (91 + 273)}{1 \times 273}$$

$$\frac{1/5}{8} = \frac{n_2 \times 364}{273} \Rightarrow \frac{1/5}{8} = \frac{4n_2}{3} \Rightarrow n_2 = \frac{4/5}{32} = \frac{9}{64}$$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{9}{64} \times 32 = m \Rightarrow m = 4/5\text{g}$$

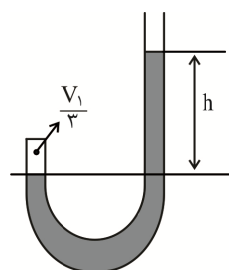
۵۰. گزینه ۴ درست است.

$$\text{حالت (۱)} \Rightarrow P_G = 75\text{cmHg} = P_0$$

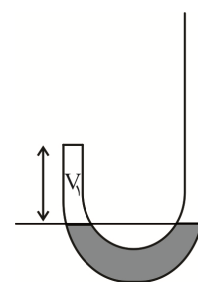
$$\text{حالت (۲)} \Rightarrow P_G = P_0 + P_{Hg} = P_0 + \rho gh$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 75 \times V_1 = (75 + h) \left(\frac{1}{3} V_1\right)$$

$$3 \times 75 = 75 + h \Rightarrow \boxed{150\text{cm} = h}$$



حالت (۲)



حالت (۱)

۵۱. گزینه ۳ درست است.

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

PV در حالت a و c با هم برابرند و انرژی درونی تابعی از دما است.

$$u_a = u_c \Rightarrow \Delta u = 0 \Rightarrow \Delta u = Q + W = 0$$

۵۲. گزینه ۱ درست است.

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow T_A = \frac{4 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}}{0.5 \times 8} = 100^\circ \text{K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \Rightarrow T_B = \frac{2 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3}}{0.5 \times 8} = 300^\circ \text{K}$$

$$\Delta T = 200^\circ \text{K}$$

۵۳. گزینه ۴ درست است.

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 1$$

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{2T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$

۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta u = W + Q$$

$$\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = 0.2 \times 600 \times (95^\circ - 15^\circ) = 9600 \text{ J} = 9.6 \text{ kJ}$$

۵۵. گزینه ۳ درست است.

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_C|$$

$$|W| = 2500 - 2000 = 500 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{500}{2500} = 20\%$$

شیمی (۱)

۵۶. گزینه ۱ درست است.

هدف اصلی آن‌ها بررسی سیاره‌ها و عبور از کنار آن‌ها در منظومه شمسی بوده است. (صفحه ۲)

۵۷. گزینه ۲ درست است.

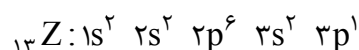
در شرایط STP، تنها دو عنصر C و S جامد هستند و بقیه ۶ عنصر اصلی سازندهٔ سیارهٔ مشتری حتی در شرایط STP، گازی شکل‌اند.

۵۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$${}_{32}^{80}\text{X}^{3-} \begin{cases} e = 35 \\ n = 48 \end{cases}$$

پس عدد اتمی عنصر موردنظر ۱۳ است:



و این عنصر در دوره سوم و گروه ۱۳ قرار دارد.

۵۹. گزینه ۳ درست است.

$$C = \frac{40 \times 12 + 60 \times 13}{100} = 12.6$$

$$C_6H_{12}O_6 = 6 \times 12.6 + 12 \times 1 + 6 \times 16 = 183.6 \text{ g.mol}^{-1}$$

۶۰. گزینه ۴ درست است.

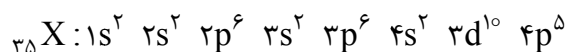
زیرا، $Z = 19$ جزو عنصرهای گروه اول جدول و یک ظرفیتی است. برای انجام واکنش $X + O \rightarrow X_2O$ ، دو مول الکترون باید جابه‌جا شود و عنصر X در همین گروه قرار دارد.

۶۱. گزینه ۴ درست است.

به مطالب صفحه ۲۷ کتاب درسی مراجعه شود.

۶۲. گزینه ۱ درست است.

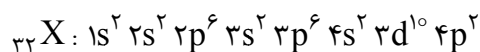
زیرا:



که شامل ۷ الکترون ظرفیتی و ۸ الکترون با $n+l = 4$ ($4s, 3p$) است.

۶۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا، این عنصر باید شامل ۴ الکترون ظرفیتی باشد و داریم:



و در نتیجه فرمول شیمیایی ترکیب آن با F به صورت XF_4 خواهد بود.

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta P = 1 - 0.15 = 0.85 \text{ atm}$$

$$\Delta h = 13 - 0 = 13 \text{ km}$$

$$P(\text{atm}) = 1 - \frac{0.85}{13} \times h(\text{km})$$

پس داریم:

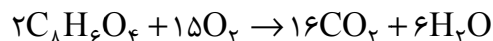
$$P = 1 - \frac{0.85}{13} \times 8.8 \approx 0.42$$

در قله اورست

۶۵. گزینه ۲ درست است.

گاز Ar سومین گاز اصلی سازنده هوا است و در لایه آخر گاز آرگون، ۸ الکترون وجود دارد. (صفحه ۴۹ کتاب)

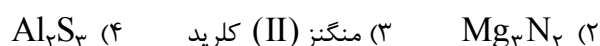
۶۶. گزینه ۱ درست است.



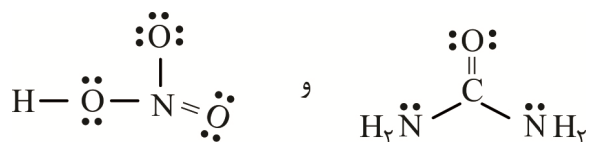
$2 \text{ mol } C_8H_6O_4$	$15 \times 22.4 \text{ L } O_2$
$0.1 \text{ mol } C_8H_6O_4$	x

$$x = 16.8 \text{ L } O_2$$

۶۷. گزینه ۱ درست است.



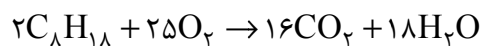
۶۸. گزینه ۳ درست است.



۷ جفت ناپیوندی

۴ جفت ناپیوندی

۶۹. گزینه ۲ درست است.



$2 \times 114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}$	$16 \times 44 \text{ g CO}_2$
x	50000 g CO_2

$$x \approx 16200 \text{ g} = 16.2 \text{ kg}$$

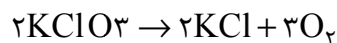
۷۰. گزینه ۱ درست است.

(۲) سوخت‌های سبز نیز هنگام سوختن CO_2 تولید می‌کنند.

(۳) سوخت‌های سبز از بقایای گیاهان که زیست‌تخریب‌پذیر است، تهیه می‌شوند.

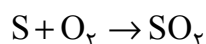
(۴) در ساختار سوخت‌های سبز، اتم‌های H وجود دارد که در دوره اول جدول جای دارد.

۷۱. گزینه ۴ درست است.



2 mol KClO_3	3 mol O_2
0.5 mol KClO_3	x

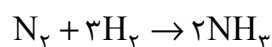
$$x = 0.75 \text{ mol O}_2$$



32 g S	1 mol O_2
y	0.75 mol O_2

$$y = 24 \text{ g S}$$

۷۲. گزینه ۲ درست است.



$3 \times 22.4 \text{ L H}_2$	$2 \times 17 \text{ g NH}_3$
x	1000 g NH_3

$$x = 1.97 \times 10^3 \text{ L H}_2$$

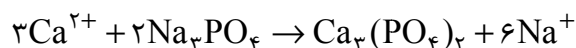
۷۳. گزینه ۳ درست است.

100 g Br	1 ton آب
1000 g Br	x

$$x = 10 \text{ ton آب}$$

$$\text{mol Br}_2 = 1000 \text{ g Br} \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{160 \text{ g Br}_2} = 6.25 \text{ mol Br}_2$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.



$3 \times 40 \text{ g Ca}^{2+}$	$2 \times 164 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$
x	$0.2 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$

پس در هر لیتر آب 0.73 g یون Ca^{2+} داریم $\Rightarrow x = 0.73$ (در 100 mL آب)

$$\text{ppm} = \frac{0.73 \text{ g Ca}^{2+}}{1000 \text{ g H}_2\text{O}} \times 10^6 = 730 \text{ ppm}$$

در یک لیتر

۷۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



۷۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا در یک لیتر، 10 g از HCl وجود دارد و داریم:

$$\text{mol HCl} = 10 \text{ g HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{36.5 \text{ g HCl}} = 0.27 \text{ mol HCl}$$

در یک لیتر

۷۷. گزینه ۲ درست است.

به مطالب صفحه ۹۸ کتاب درسی مراجعه شود.

۷۸. گزینه ۳ درست است.

انحلال پذیری مواد کم محلول حداکثر 1 گرم در 100 g آب است و داریم:

$$S = 10^{-3} + 0.25\theta$$

$$1 = 10^{-3} + 0.25\theta$$

$$\theta \approx 40^\circ\text{C}$$

۷۹. گزینه ۱ درست است.

$$\left[\text{Ca}^{2+}\right] = 5 \times 10^{-3} \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \times \frac{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{310 \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2} \times \frac{3 \text{ mol Ca}^{2+}}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2} \approx 5 \times 10^{-5}$$

در یک لیتر آب

۸۰. گزینه ۴ درست است.

زیرا، CO_2 با آب واکنش می دهد و N_2 و O_2 ناقطبی هستند و انحلال پذیری کمتری دارند.

(۱) نقطه جوش HBr به دلیل جرم بالاتر، بیشتر از HCl است.

(۲) استون و اتانول، هر دو به صورت مولکولی حل می شوند و در آب یون تولید نمی کنند.

(۳) قانون هنری به بررسی وابستگی انحلال گازها به فشار می پردازد، نه دما.