



آزمون ۵ از ۱۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش یازدهم - مرحله سوم (۱۴۰۲/۰۹/۱۰)

ریاضی و فیزیک (یازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

@sanjesheducationgroup

@sanjeshserv

کانال‌های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

$$a_f = 1458 \Rightarrow a_1 q^5 = a_f \Rightarrow 6q^5 = 1458 \Rightarrow q^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3$$

$$s_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 6 + 9 \times 3) = 195$$

۲. گزینه ۳ درست است.

$$s = \frac{-b}{a} = \frac{1}{4} = 2, p = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$A = |\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| \Rightarrow A^2 = \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = s - 2\sqrt{p} = 2 - 1 = 1 \Rightarrow A = 1$$

۳. گزینه ۱ درست است.

(چون دهانه سهمی رو به پایین است $a < 0$ و بر محور x ها مماس شده است $\rightarrow s \left| \begin{array}{c} -b \\ 2a \\ 0 \end{array} \right.$ نمودار ماکزیمم دارد.)

$$x_s = \frac{-(-2)}{2a} = \frac{1}{a} \Rightarrow y_s = 0 \Rightarrow a\left(\frac{1}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{a}\right) + a = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{a} + a = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1, a < 0 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow x_s = \frac{1}{-1} = -1$$

۴. گزینه ۳ درست است.

محل تلاقی نمودار با محور x ها تنها یک نقطه $(x = -1)$ است. لذا معادله $f(x) = 0$ یک ریشه مضاعف دارد. $\Leftarrow$ الف درست است.

مختصات رأس سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت $s \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$ است:

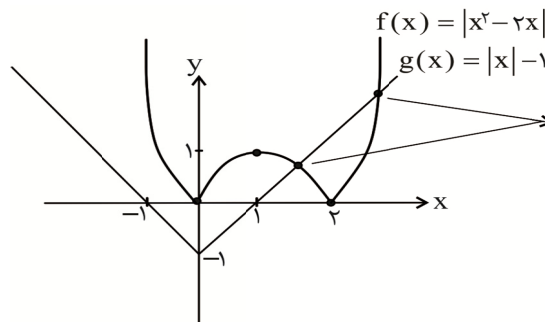
$$s \left| \begin{array}{c} -1 \\ 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a \quad (1), \quad \frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 0 \quad (2), \quad c = 2 \quad (3)$$

$(1), (2), (3) \Rightarrow 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow a = 0$ غیرقابل قبول $\Rightarrow b = 2a = 4 \Rightarrow$ قابل قبول $a = 2$ ب درست است.

اگر فقط یک واحد نمودار را به سمت راست روی محور x ها حرکت دهیم $x = 0, s \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right.$ و ریشه مضاعف معادله خواهد بود که مثبت نیست $\Leftarrow$ در حالت کلی پ نادرست است.

۵. گزینه ۴ درست است.

$$|x^2 - 2x| = |x| - 1$$



محل تلاقی دو نمودار $f(x)$ و $g(x)$ و ریشه‌های معادله موردنظر

۶. گزینه ۴ درست است.

$$x^2 - 1 = t \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (t - 3)(t + 2) = 0 \Rightarrow t = 3, t = -2$$

$$x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \quad \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} \Rightarrow 2(-2) = -4$$

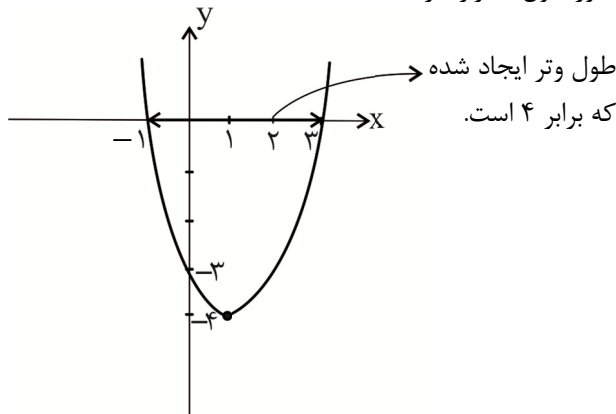
$$x^2 - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -1 \quad \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

۷. گزینه ۱ درست است.

محور تقارن سهمی همان طول رأس سهمی است. پس $\frac{-b}{2a} = 1$ یا $\frac{-b}{2} = 1$ لذا: $b = -2$

برای به دست آوردن طول وتر که محور x ها بر سهمی ایجاد می کند به دو روش می توان عمل کرد.

روش اول: رسم سهمی و محاسبه فاصله دو نقطه ای که روی محور طول ها قرار دارد.



$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & s & -4 \end{vmatrix}$$

روش دوم: قدرمطلق تفاضل ریشه ها را محاسبه کنیم.

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3, -1 \Rightarrow \text{تفاضل ریشه ها} = 3 - (-1) = 4$$

ریشه های معادله

۸. گزینه ۳ درست است.

اگر α, β ریشه های معادله باشند. فرض کنیم $\alpha = 2\beta$ ؛ بنابراین $s = 3\beta$ و $p = 2\beta^2$. پس با توجه به رابطه

$$x^2 - sx + p = 0 \quad \text{معادله به فرم} \quad f(x) = x^2 - 3\beta x + 2\beta^2 = 0 \quad \text{خواهد بود.} \quad f(-1) = 1 \quad \text{رابطه} \quad 1 + 3\beta + 2\beta^2 = 1$$

را برقرار می کند، که $\beta = 0$ یا $\beta = \frac{-3}{2}$ را تولید می کند که $\beta = 0$ غیر قابل قبول است.

$$f(x) = x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow s = -\frac{9}{2} \quad \text{در نتیجه}$$

۹. گزینه ۴ درست است.

برای یافتن ریشه های معادله گنگ، تعیین دامنه عبارت رادیکالی می تواند کمک کند.

$$\begin{aligned} 2x - 6 &\geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \\ 3 - x &\geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \end{aligned} \Rightarrow D = \{3\}$$

اگر قرار باشد این معادله ریشه داشته باشد آن ریشه $x = 3$ باید باشد. اما از طرفی:

$$\sqrt{1 + \sqrt{3 - 3}} + \sqrt{6 - 6} = 1 \neq 4 \Rightarrow x = 3 \quad \text{نمی تواند در معادله صدق کند.}$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{2x-4+x-1}{(x-1)(x-2)} = \frac{2}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow \frac{3x-5}{x-2} = \frac{2}{x+1} \Rightarrow 3x^2-2x-5=2x-4$$

$$\Rightarrow 3x^2-4x-1=0 \Rightarrow s = \frac{-b}{a} = \frac{4}{3}, p = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{s^2 - 2P}{P} = \frac{\frac{16}{9} + \frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = \frac{-22}{3}$$

۱۱. گزینه ۲ درست است.

$$\sqrt{\frac{5}{4}+a} - \sqrt{\frac{5}{4}-a} = 1 \quad \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} \sqrt{\frac{5}{4}+a} = 1 + \sqrt{\frac{5}{4}-a}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}+a = 1 + \frac{5}{4}-a + 2\sqrt{\frac{5}{4}-a} \Rightarrow 2a-1 = 2\sqrt{\frac{5}{4}-a} \Rightarrow$$

$$4a^2-4a+1=5-4a \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=\pm 1$$

اما برای $a = -1$ معادله به $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 1$ تبدیل می‌شود. با حل این معادله داریم:
 غیرقابل قبول $a = -1 \Rightarrow$ غیرممکن است. $x-1 = 1+x+1+2\sqrt{x+1} \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = -3$
 ولی با قرار دادن $a = 1$ معادله $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 1$ ایجاد می‌شود که حل آن ریشه $x = \frac{5}{4}$ را خواهد داشت.

۱۲. گزینه ۲ درست است.

با توجه به این که نقطه روی خط $y = 2x$ قرار دارد نقطه $c(a, 2a)$ را نقطه موردنظر فرض می‌کنیم.

$$|AC| = |BC| \Rightarrow \sqrt{(a+1)^2 + (2a-0)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (2a-2)^2}$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 + 4a^2 = a^2 - 4a + 4 + 4a^2 - 8a + 4$$

$$\Rightarrow 14a = 7 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow x + y = 3a = \frac{3}{2}$$

۱۳. گزینه ۱ درست است.

فرض کنید در ابتدا مجموعه A دارای n عضو بوده است:

$$2^{n+3} - 2^n = 448$$

$$2^n(2^3 - 1) = 448 \rightarrow 2^n = 64 \rightarrow n = 6$$

$$A \text{ عضو } 3 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)!3!} = 20$$

۱۴. گزینه ۳ درست است.

مطابق جدول ارزش گزاره‌های زیر، تعداد حالاتی که گزاره $(\sim P \Rightarrow q) \vee r$ درست است برابر ۷ و از بین این ۷ حالت فقط در ۳ حالت ارزش r نادرست است. بنابراین احتمال نادرستی r با شرط سؤال برابر $\frac{3}{7}$ است.

P	q	r	$\sim P$	$\sim P \Rightarrow q$	$(\sim P \Rightarrow q) \vee r$
د	د	د	ن	د	د
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	ن	ن

۱۵. گزینه ۴ درست است.

$$r \Leftrightarrow q \equiv T \quad \begin{array}{l} \nearrow r \equiv q \equiv F \rightarrow (P \wedge F) \Rightarrow (F \vee F) \rightarrow (F \Rightarrow F) \equiv T \\ \searrow r \equiv q \equiv T \rightarrow (P \wedge T) \Rightarrow (T \vee T) \rightarrow (P \Rightarrow T) \equiv T \end{array}$$

۱۶. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} & \sim [(\sim P \wedge q) \Rightarrow (\sim P \vee q)] \equiv \sim [\sim (\sim P \wedge q) \vee (\sim P \vee q)] \\ & \equiv \sim [(P \vee \sim q) \vee (\sim P \vee q)] \equiv \sim \left[\underbrace{(P \vee \sim P)}_{T \text{ همیشه}} \vee \underbrace{(\sim q \vee q)}_{T \text{ همیشه}} \right] \\ & \equiv \sim [T \vee T] \equiv \sim T \equiv F \end{aligned}$$

۱۷. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم مطابق قوانین دمورگان $\sim (P \wedge q) \equiv \sim P \vee \sim q$ و از طرف دیگر:

$$\begin{aligned} & \sim (\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x) \\ & \sim (\exists x; P(x)) \equiv \forall x; \sim P(x) \end{aligned}$$

بنابراین نقیض گزاره سؤال به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} & \sim (\forall x \in \mathbb{R}; x \leq \frac{2}{3}) \vee \sim (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0) \\ & \equiv (\exists x \in \mathbb{R}; x > \frac{2}{3}) \vee (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0) \end{aligned}$$

۱۸. گزینه ۴ درست است.

نادرستی سورهای عمومی با یک مثال نقض آشکار می‌شود:

✗ الف) به عنوان مثال نقض $\frac{1}{4} \not\leq \frac{1}{2} \leftarrow x = \frac{1}{2}$

✓ ب) گزاره کاملاً درست

✗ پ) به عنوان مثال نقض $\left(\frac{1}{2}\right)^{40} \leftarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$

$$\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^{40}} \not\leq \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^{40}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 \not\leq \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$\frac{1}{256} \not\leq \frac{1}{32}$$

* (ت) از مثال نقض $X = \frac{1}{2}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \neq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Rightarrow \frac{1}{2} \neq 2$$

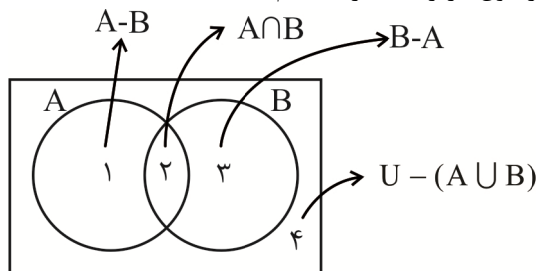
* (ث) تنها $X = 1$ در این معادله صدق می‌کند که عضو D نیست.

$$X + \frac{1}{X} = 2 \xrightarrow{\times X} X^2 - 2X + 1 = 0 \rightarrow (X-1)^2 = 0 \rightarrow X = 1$$

✓ (ج) گزاره کاملاً درست در دامنه $(0, 1)$ است؛ زیرا بازای هیچ عدد نامنفی عبارت 2^X بزرگ‌تر از 3^X نمی‌شود. بنابراین ۴ گزاره «الف»، «پ»، «ت» و «ث» نادرست هستند.

۱۹. گزینه ۳ درست است.

برای حل سریع‌تر این سؤال بهتر است نواحی جدا از هم را مطابق نمودار «ون» زیر گذاری کنیم:



* (الف) $(\{1, 2, 3\})' \cap (\{3, 4\} \cup \{2, 3\}) = \{4\} \cap \{2, 3, 4\} = \{4\} \neq \emptyset$

* (ب) $\{1\} - \{3\} = \{1\} \neq \emptyset$

* (پ) $(\{3, 4\} - \{2, 3\}) \cup \{1, 4\} = \{4\} \cup \{1, 4\} = \{1, 4\} \neq \emptyset$

✓ (ت) $(\{3, 4\} - \{2, 3\}) \cap (\{1, 2, 3\}) = \{4\} \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

✓ (ث) $(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) \cap \{1\} = \{3\} \cap \{1\} = \emptyset$

۲۰. گزینه ۱ درست است.

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -1, 2^m \leq 1\} = \{-1, 0\}$$

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -2, 2^m \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 3\} = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -4, 2^m \leq 4\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$(A_4 - A_3) \cup A_2 = \{-4, 2\} \cup \{-2, -1, 0, 1\} \\ = \{-4, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

مجموعه نهایی ۶ عضو متمایز دارد. بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های محض (سره) آن برابر است با:

$$2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$$

۲۱. گزینه ۲ درست است.

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B$$

$$(A \cup B) - C = B - C = B \cap C' = B \xrightarrow{\text{متمم}} B'$$

۲۲. گزینه ۴ درست است.

مطابق اثبات تمرین ۶ ص ۱۷ کتاب هندسه (۲): $\widehat{BON} = 3\widehat{M}$ از طرفی براساس قسمت ۳ کار در کلاس ص ۱۲ کتاب هندسه (۲)، مساحت قطاع با زاویه α در دایره به شعاع R برابر است با:

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

$$\widehat{\alpha} = \widehat{BON} = 3\widehat{M} = 3 \times 25^\circ = 75^\circ$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{3 \times 36^2 \times 75}{360} = 810$$

۲۳. گزینه ۳ درست است.

$$\widehat{BAC} = 36^\circ = \frac{y}{2} \Rightarrow \boxed{y = 72^\circ}$$

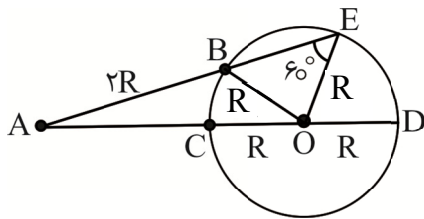
$$\widehat{M} = 60^\circ = \frac{(z+y)-x}{2} \Rightarrow \boxed{z-x = 48} \quad (1)$$

$$\widehat{x} + \widehat{y} + \widehat{z} = 360^\circ \rightarrow \boxed{z+x = 288} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow z = 168^\circ, x = 120^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{x-y}{2} = \frac{120-72}{2} = 24^\circ$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.



$$OE = OB = R \rightarrow \widehat{B} = \widehat{E} = 60^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{BOE} = 60^\circ \Rightarrow \Delta BOE \text{ متساوی الاضلاع} \Rightarrow \boxed{BE = R}$$

$$AB \times AE = AC \times AD \quad \text{طبق روابط طولی در دایره}$$

$$2R \times 2R = AC \times (AC + 2R) \xrightarrow{\text{فرض سؤال } R=2\sqrt{7}} 168 = AC^2 + 4\sqrt{7}AC$$

$$\rightarrow AC^2 + 4\sqrt{7}AC - 168 = 0 \xrightarrow{\Delta=784} AC = \frac{-4\sqrt{7} \pm 28}{2}$$

$$AC > 0 \begin{cases} AC = -2\sqrt{7} \pm 14 \\ AC = -2\sqrt{7} + 14 \end{cases}$$

$$OA = AC + R = -2\sqrt{7} + 14 + 2\sqrt{7} \quad \boxed{OA = 14}$$

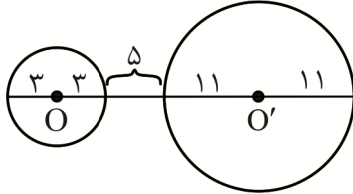
۲۵. گزینه ۲ درست است.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$3\sqrt{33} = \sqrt{d^2 - (11 - 3)^2}$$

$$297 = d^2 - 64$$

$$d^2 = 361 \rightarrow d = 19 \text{ (دو دایره متخارجند) طول خط‌المركزين}$$



$$\left. \begin{aligned} M &= 2(3) + 5 + 2(11) = 33 \\ N &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2M + 3N = 2(33) + 3(5) = 81$$

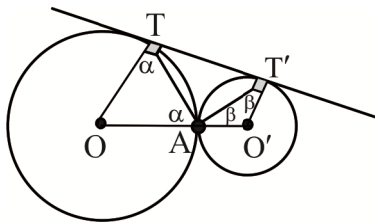
۲۶. گزینه ۳ درست است.

مطابق بند ۳ فعالیت ص ۲۱ و ۲۲ کتاب درسی هندسه (۲)، اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع‌های

$$R, R' \text{ برابر است با } TT' = 2\sqrt{RR'}$$

$$TT' = 2\sqrt{4 \times 9} = 12$$

از طرف دیگر زاویه $\widehat{TAT'} = 90^\circ$ زیرا:



$$\widehat{T} = \widehat{T'} = 90^\circ \xrightarrow[\text{مجموع زوایا } 360^\circ \text{ است.}]{\text{در چهار ضلعی } TT'OO'} \widehat{O} + \widehat{O'} = 180^\circ \quad (1)$$

$$\begin{cases} \widehat{O} = 180^\circ - 2\alpha \\ \widehat{O'} = 180^\circ - 2\beta \end{cases} \xrightarrow{(1)} 180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta = 180^\circ \rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 90^\circ} \quad (2)$$

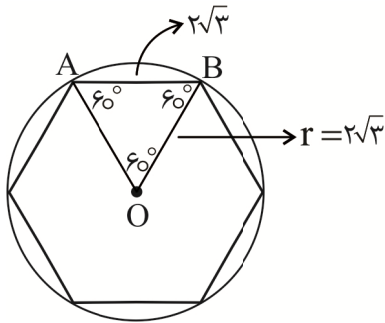
$$\widehat{TAT'} + \underbrace{\alpha + \beta}_{90^\circ} = 180^\circ \xrightarrow{\text{طبق (2)}} \boxed{\widehat{TAT'} = 90^\circ}$$

$$TAT' \text{ رابطه فیثاغورث در مثلث قائم‌الزاویه } TT'^2 = AT'^2 + AT^2$$

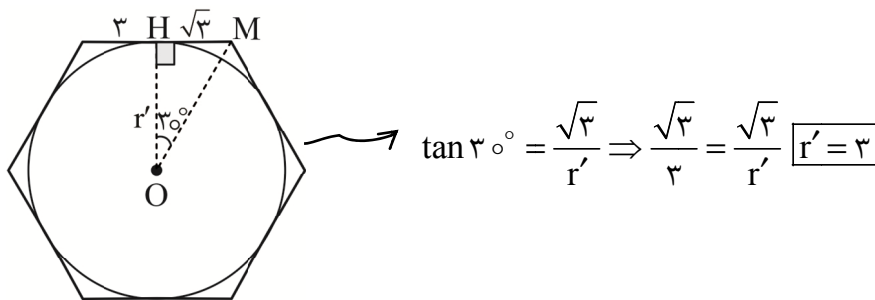
$$12^2 = 8^2 + AT^2 \rightarrow \boxed{AT = 4\sqrt{5}}$$

۲۷. گزینه ۲ درست است.

$$a = 2\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 18\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \text{مساحت ۶ ضلعی منتظم به ضلع } a$$



ΔOAB مثلث متساوی الاضلاع است. $\Rightarrow$ مساحت دایره محیطی $= \pi(2\sqrt{3})^2 = 12\pi$



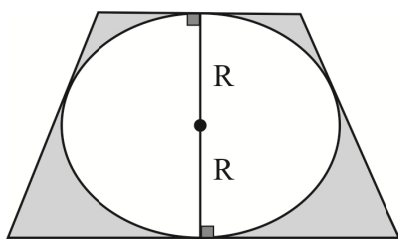
$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{r'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{r'} \Rightarrow r' = 3$$

مساحت دایره محاطی $= \pi(3)^2 = 9\pi$

$12\pi - 9\pi = 3\pi$ اختلاف مساحت‌های دو دایره محیطی و محاطی

۲۸. گزینه ۴ درست است.

مطابق تمرین یک صفحه ۲۹ کتاب درسی هندسه ۲، یک دوزنقه محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد و مطابق تمرین ۴ در همین صفحه در دوزنقه‌ای که هم محیطی و هم محاطی باشد، مساحت آن برابر است با میانگین حسابی دو قاعده ضرب در میانگین هندسی آنها:



$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{16+36}{2} \times \sqrt{16 \times 36} = 624$$

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = 624$$

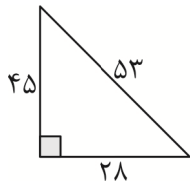
$$\frac{(16+36) \times 2R}{2} = 624 \Rightarrow R = 12$$

$$S_{\text{دایره محاطی}} = \pi(12)^2 = 3 \times 144 = 432$$

$$624 - 432 = 192 = \text{مساحت بین دوزنقه و دایره}$$

۲۹. گزینه ۳ درست است.

اعداد ۲۸ و ۴۵ و ۵۳ فیثاغورثی‌اند ($53^2 = 45^2 + 28^2$). بنابراین مثلث قائم‌الزاویه است:



$$\rightarrow S_{\Delta} = \frac{28 \times 45}{2} = 630$$

$$\text{محیط مثلث} = 2P = 28 + 45 + 53 \Rightarrow P = 63$$

$$r = \frac{S_{\Delta}}{P} = \frac{630}{63} = 10$$
 شعاع دایره محاطی داخلی

$$r = \frac{S_{\Delta}}{P - 28} = \frac{630}{63 - 28} = 18$$
 شعاع کوچک‌ترین دایره محاطی خارجی

$$\frac{\text{مساحت کوچک‌ترین دایره محاطی خارجی}}{\text{مساحت دایره محاطی داخلی}} = \frac{\pi(18)^2}{\pi(10)^2} = 3,24$$

۳۰. گزینه ۲ درست است.

مطابق تمرین ۵ در صفحه‌های ۲۹ و ۳۰ کتاب درسی هندسه ۲ اگر h_c, h_b, h_a اندازه‌های سه ارتفاع مثلثی باشد آنگاه r

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی مثلث از رابطه } \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \text{ به دست می‌آید:}$$

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 10$$

$$r = 10 \Rightarrow \text{مساحت دایره محاطی داخلی به شعاع } r = 10 = \pi r^2 = 3(10)^2 = 300$$

فیزیک (۲)

۳۱. گزینه ۲ درست است.

با توجه به جدول، اگر دو ماده C و E را با هم مالش دهیم C الکترون از دست داده و ماده E الکترون می‌گیرد. در این صورت بار ماده E منفی خواهد شد؛ پس:

$$q_E = -ne \Rightarrow q_E = -5 \times 10^{10} \times 1,6 \times 10^{-19} = -8 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow q_E = -8nC$$

(فصل ۱ - صفحات ۳، ۴)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

با بستن کلید K_1 ، دو کره مشابه A و B، بار یکسان پیدا می‌کنند:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-10 + 40}{2} = 15 \mu\text{C}$$

هنگامی که کلید K_1 را باز می‌کنیم این بار بر روی آن‌ها می‌ماند. اکنون اگر کلید K_3 را ببندیم، همه بار B و C روی سطح خارجی C پخش می‌شود:

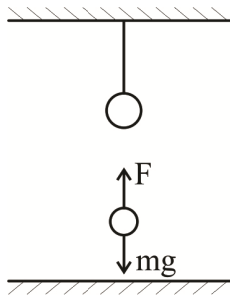
$$q_{B \text{ نهایی}} = 0$$

$$q_{C \text{ نهایی}} = 15 + (-10) = +5 \mu\text{C}$$

(فصل ۱ - صفحات ۳، ۴)

۳۳. گزینه ۴ درست است.

چون بار گوی و گلوله ناهمنامند، نیروی جاذبه می‌باشد و چون گلوله معلق است، برابری نیروهای وارد بر آن صفر است، پس:



$$F = mg \Rightarrow \frac{k|q||q|}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(4 \times 10^{-2})^2} = 0.4 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{16 \times 4}{9} \times 10^{-16} \xrightarrow{\text{جذر}} q = \frac{8}{3} \times 10^{-8} \text{ C} = \frac{80}{3} \text{ nC}$$

(فصل ۱ - صفحات ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

بارها را q و $-q$ در نظر می‌گیریم. در این صورت پس از اینکه ۲۰ درصد یکی از بارها را به دیگری اضافه کنیم، بارها برابرند با:

$$\begin{cases} q'_1 = q - \frac{20}{100}q = \frac{80}{100}q \\ q'_2 = -q + \frac{20}{100}q = -\frac{80}{100}q \end{cases}$$

بزرگی نیرو در حالت جدید نسبت به حالت قبلی برابر است با:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left|\frac{80}{100}q\right| \times \left|\frac{-80}{100}q\right| \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{100}$$

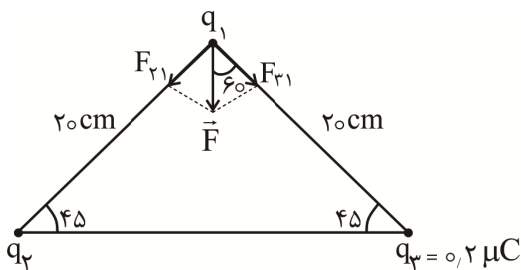
$$\frac{F' - F}{F} \times 100 = \frac{0.16F - F}{F} \times 100 = -84\%$$

درصد تغییرات نیرو برابر است با:

پس نیروی بین دو بار ۸۴ درصد کاهش یافته است. (فصل ۱ - صفحات ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰)

۳۵. گزینه ۱ درست است.

با تجزیه نیروی F روی اضلاع مثلث و با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{31}$ و علامت بار q_3 می‌توان نتیجه گرفت که $q_1 < 0$ خواهد بود و بنابراین با توجه به جهت $\vec{F}_{31}$ ، $q_3 > 0$ به‌دست خواهد آمد.



$$\cos 60 = \frac{F_{31}}{F} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_{31}}{36} \Rightarrow F_{31} = 18 \text{ N}$$

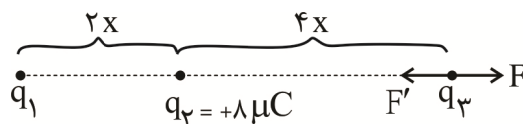
$$F_{31} = K \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow 18 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times 0.2 \times 10^{-6}}{(0.2)^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 4 \times 10^{-4} \text{ C} \Rightarrow |q_1| = 400 \mu\text{C}$$

(فصل ۱ - صفحات ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰)

۳۶. گزینه ۱ درست است.

گام اول: چون بارهای q_1 ، q_2 و q_3 در حالت تعادل الکترواستاتیکی قرار دارند پس با توجه به نیروهای وارد بر بار q_3 ، مقدار بار q_1 را به‌دست می‌آوریم:



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(6x)^2} = \frac{\lambda}{(4x)^2} \Rightarrow |q_1| = 18\mu C$$

گام دوم: حال برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 نیز صفر است پس:

$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{12}^2} = \frac{|q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{18}{(2x)^2} = \frac{|q_3|}{(4x)^2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 72\mu C$$

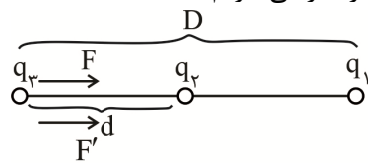
$$\frac{|q_3|}{|q_1|} = \frac{72}{18} = 4$$

گام سوم: در نهایت داریم:

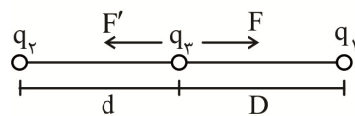
(فصل ۱ - صفحات ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

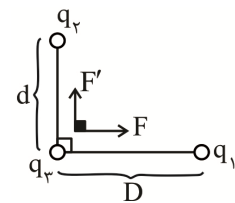
بزرگی نیروی بین دو بار در فاصله D را F و بزرگی نیروی بین دو بار در فاصله d را F' در نظر می‌گیریم:



$$F_1 = F + F'$$



$$F_2 = |F' - F|$$



$$F_3 = \sqrt{F'^2 + F^2}$$

با توجه به نیروهای به دست آمده $F_1 > F_3 > F_2$ است. (فصل ۱ - صفحات ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰)

۳۸. گزینه ۲ درست است.

چون خط‌های میدان الکتریکی از q_1 خارج و به q_2 وارد می‌شوند، پس q_1 مثبت و q_2 منفی است و همچنین تراکم

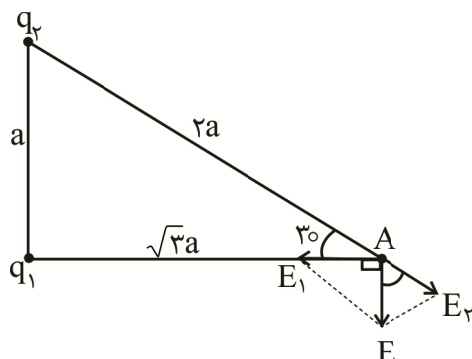
خط‌های میدان اطراف q_1 زیاده‌تر از q_2 است، پس $|q_1| > |q_2|$

چون تراکم خطوط میدان در نقطه A بیشتر از نقطه B است، پس میدان الکتریکی در نقطه A قوی‌تر از نقطه B است.

(فصل ۱ - صفحات ۱۷، ۱۸، ۱۹)

۳۹. گزینه ۲ درست است.

با توجه به مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 60° خواهیم داشت:



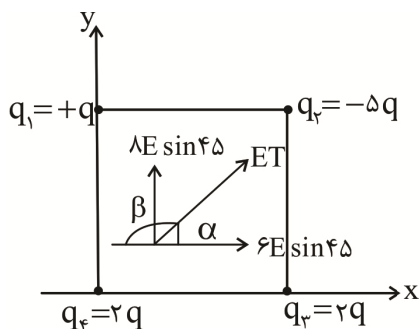
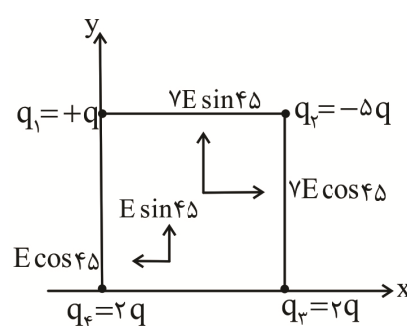
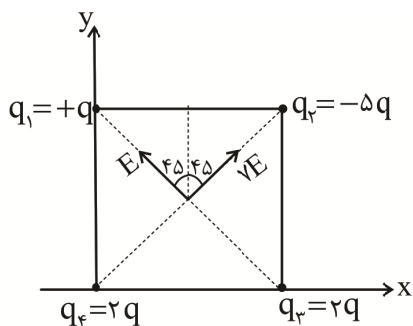
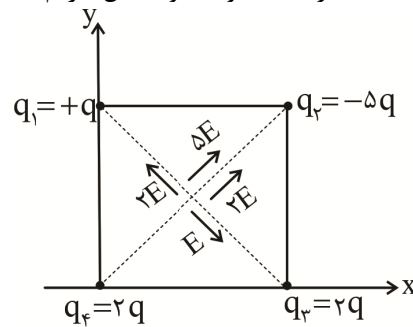
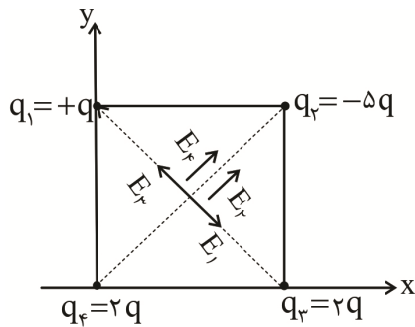
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{K |q_1|}{\frac{\sqrt{3}a^2}{4a^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 |q_1|}{3 |q_2|} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

از آنجایی که میدان E_+ دافعه و میدان E_1 جاذبه است، علامت بارها با هم مخالف است. (فصل ۱ - ص ۱۲ تا ۱۶)

۴۰. گزینه ۱ درست است.

اگر اندازه میدان حاصل از بار q در مرکز مربع را E فرض کنیم، در این صورت میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 ، q_2 و q_3 به ترتیب ΔE ، $2E$ و $2E$ خواهد بود. حال داریم:



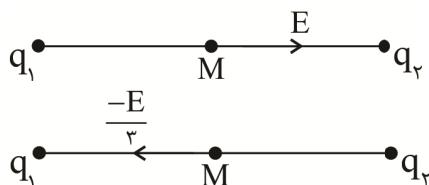
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4E \sin 45}{3E \sin 45} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$$

(فصل ۱ - ص ۱۲ تا ۱۶)

۴۱. گزینه ۲ درست است.

در ابتدا یک شکل ساده از سؤال رسم می‌کنیم و با فرض اینکه میدان برآیند در حالت اول، مثبت باشد داریم:



$$(1) E = E_1 + E_2$$

$$(2) -\frac{E}{3} = E_1 - E_2$$

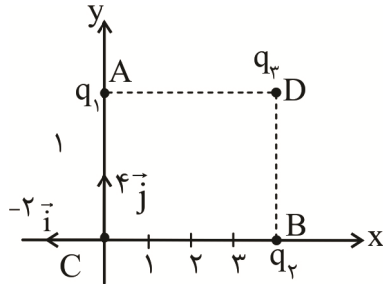
$$\Rightarrow \begin{cases} E = E_1 + E_2 \\ -E = 3E_1 - 3E_2 \end{cases} \Rightarrow 4E_1 = 2E_2 \Rightarrow 2E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = 2 \xrightarrow{\text{چون اندازه بردار برابرند پس از قرینه کردن یکی کاهش پیدا کرده پس ناهمنامند}} \frac{q_1}{q_2} = -\frac{1}{2}$$

(فصل ۱ - ص ۱۲ تا ۱۶)

۴۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به میدان الکتریکی بارها در نقطه C، میدان الکتریکی در نقطه D برابر است با:



$$\begin{cases} E_{1C} = \frac{q_1}{r_{1C}^2} = \frac{1}{(1)^2} = 1 \text{ N/C} \\ r_{1C} = 1 \text{ m} \end{cases} \xrightarrow{r_{1D} = 2 \text{ m}} \frac{E_{1D}}{E_{1C}} = \left(\frac{r_{1C}}{r_{1D}} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E_{1D} = \frac{1}{4} \text{ N/C}$$

$$\begin{cases} E_{2C} = \frac{q_2}{r_{2C}^2} = \frac{2}{(2)^2} = \frac{1}{2} \text{ N/C} \\ r_{2C} = 2 \text{ m} \end{cases} \xrightarrow{r_{2D} = 1 \text{ m}} \frac{E_{2D}}{E_{2C}} = \left(\frac{r_{2C}}{r_{2D}} \right)^2 = \left(\frac{2}{1} \right)^2 = 4 \Rightarrow E_{2D} = 2 \text{ N/C}$$

با توجه به جهت بردارهای میدان در نقطه C، بار q_1 منفی و بار q_2 مثبت است؛ پس بردار میدان الکتریکی این دو بار در

نقطه D به صورت $\vec{E}_D = (-1 \frac{N}{C})\vec{i} + (2 \frac{N}{C})\vec{j}$ است.

نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در نقطه D طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$ برابر است با:

$$\vec{F} = \vec{E}q = ((-1)\vec{i} + 2\vec{j}) \times (-4 \times 10^{-6}) = 4 \times 10^{-6} \vec{i} - 8 \times 10^{-6} \vec{j}$$

(فصل ۱ - ص ۱۲ تا ۱۶)

۴۳. گزینه ۳ درست است.

رابطه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار، با کار میدان الکتریکی مطابق رابطه زیر است:

$$\Delta U = -W \quad (1)$$

مطابق با رابطه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \Delta V = -\frac{W}{q} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V = \frac{-W_1}{4 \times 10^{-6}} \\ \Delta V = \frac{-W_2}{(-8) \times 10^{-6}} \end{cases} \Rightarrow \frac{-W_1}{4 \times 10^{-6}} = \frac{-W_2}{-8 \times 10^{-6}} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = -\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{W_1 = W_2 + 1/2 \text{ mJ}} \frac{W_2 + 1/2}{W_2} = -\frac{1}{2} \rightarrow 2W_2 + 1/4 = -W_2 \Rightarrow 3W_2 = 1/4 \Rightarrow W_2 = -1/12 \text{ mJ}$$

$$\Delta V = \frac{-W_2}{q_2} = \frac{-(-1/12 \times 10^{-3})}{-8 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta V = 100 \text{ V}$$

(فصل ۱ - ص ۲۳ تا ۲۷)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

تغییر انرژی پتانسیل ذره، در میدان الکتریکی یکنواخت از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta U_E = -|q|Ed \cos \theta$$

$$\Delta U_E = (1/6 \times 10^{-19})(2 \times 10^3)(0/1) \times \cos 180^\circ \Rightarrow \Delta U_E = 3/2 \times 10^{-17} \text{ J}$$

طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی، تغییر انرژی پتانسیل برابر منفی تغییر انرژی جنبشی است:

$$\Delta U_E = -\Delta K \Rightarrow 3/2 \times 10^{-17} = -[\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)] \Rightarrow -3/2 \times 10^{-17} = \frac{1}{2} \times 10^{-26} (0 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{6/4 \times 10^{-17}}{10^{-26}} \Rightarrow v_0^2 = 64 \times 10^8 \xrightarrow{\text{جذر}} v_0 = 8 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فصل ۱ - ص ۲۳ تا ۲۷)

۴۵. گزینه ۳ درست است.

طبق تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه، برابر تغییر انرژی پتانسیل یکای بار مثبت است. وقتی از یک نقطه به نقطه دیگر منتقل می شود؛ پس:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}$$

چون در این انتقال ۱mJ انرژی آزاد شده است؛ پس:

$$\Delta U = -2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$V_B - 60 = \frac{-2 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} = -40 \Rightarrow V_B = -40 + 60 = 20 \text{ V}$$

اگر همین ذره را از B به زمین (نقطه E) با پتانسیل صفر ($V_E = 0$) منتقل کنیم:

$$V_E - V_B = \frac{\Delta U'}{q} \Rightarrow 0 - 20 = \frac{\Delta U'}{50 \times 10^{-6}} = -10^3 \text{ J} = -1 \text{ mJ}$$

یعنی ۱mJ انرژی آزاد می شود.

(فصل ۱ - ص ۲۳ تا ۲۷)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

چون ذره باردار در این میدان الکتریکی یکنواخت با سرعت ثابت حرکت می کند، کار برابند حاصل از نیروهای الکتریکی و نیروی وزن صفر است؛ پس:

$$W_E + W_g = 0 \xrightarrow{W_E = -\Delta V} \Delta U = W_g$$

$$\Delta U_E = mgd \cos 180^\circ$$

می دانیم:

$$\Rightarrow \Delta U_E = 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 0/5 \times (-1) \Rightarrow \Delta U_E = -0/1 \text{ J}$$

(فصل ۱ - ص ۲۳ تا ۲۷)

۴۷. گزینه ۲ درست است.

در ابتدا، نسبت چگالی سطحی کره ها را می یابیم:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \xrightarrow{\text{یکسان } Q} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad (I)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0/75 \quad (II)$$

$$\begin{aligned} \frac{(I)}{(II)} \rightarrow \begin{cases} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{4} \\ \sigma_1 - \sigma_2 = 0.75 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 1 \frac{C}{m^2} \\ \sigma_2 = 0.25 \frac{C}{m^2} \end{cases} \end{aligned}$$

چون بار الکتریکی توزیع شده روی کره‌ها یکسان است، چگالی سطحی بار الکتریکی کره بزرگ‌تر، کمتر از دیگری است؛ پس:

$$\sigma_2 = 0.25 \frac{C}{m^2}$$

(فصل ۱ - صفحات ۲۹، ۳۰)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

حجم قطره جدید ۸ برابر قطره اول، پس شعاع آن ۲ برابر قطره اول است:

$$\begin{aligned} \frac{\text{حجم دومی}}{\text{حجم اولی}} &= \frac{\frac{4}{3}\pi(r')^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} \rightarrow \frac{4}{3}\pi(r')^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r' = 2r, q' = 8q \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 8 \times \frac{1}{4} = 2$$

(فصل ۱ - صفحات ۲۹، ۳۰)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

$$C = k \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 1 = \frac{4}{1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow d_2 = 4d_1$$

$$\text{درصد تغییرات: } \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right) \times 100 = (4 - 1) \times 100 = 300\%$$

فاصله صفحات خازن ۳۰۰ درصد افزایش می‌یابد.

(فصل ۱ - صفحات ۲۹، ۳۰)

۵۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا تغییر ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم. فاصله بین صفحات خازن ۵۰ درصد کاهش و مساحت آن ۲۰ درصد افزایش یافته است؛ پس:

$$d_2 = d_1 - \frac{50}{100} d_1 \Rightarrow d_2 = \frac{50}{100} d_1$$

$$A_2 = A_1 + \frac{20}{100} A_1 \Rightarrow A_2 = \frac{120}{100} A_1$$

$$C = K \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{120}{100} \times \frac{d_1}{\frac{50}{100} d_1} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{12}{5} \rightarrow C_2 = \frac{12}{5} C_1$$

می‌دانیم $q = CV$ پس:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{12}{10} \Rightarrow q_2 = \frac{12}{10} q_1$$

$$\frac{\Delta q}{q} \times 100 = \frac{\frac{12}{10} q_1 - q_1}{q_1} \times 100 = +20\%$$

پس ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. (فصل ۱ - ص ۳۲ تا ۳۷)

۵۱. گزینه ۴ درست است.

اگر خازن تختی را پس از پر شدن از مولد جدا کنیم با تغییر فاصله صفحات، بار الکتریکی خازن تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند با توجه به رابطه میدان الکتریکی داریم:

$$\begin{cases} E = \frac{V}{d} \\ V = \frac{q}{C} \end{cases} \Rightarrow E = \frac{q}{Cd} \xrightarrow{C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$$

سپس میدان الکتریکی ثابت می‌ماند. (فصل ۱ - ص ۳۲ تا ۳۷)

۵۲. گزینه ۴ درست است.

طبق رابطه $C = k \frac{\epsilon_0 A}{d}$ ظرفیت با فاصله صفحات رابطه عکس دارد. پس با ۴ برابر کردن فاصله صفحات ظرفیت خازن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

در حالت اول: خازن به باتری وصل است و ولتاژ دو سر آن ثابت است:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \xrightarrow{C \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} \frac{U'}{U} = \frac{\frac{1}{4} C}{C} \Rightarrow U' = \frac{1}{4} U$$

در حالت دوم: وقتی خازن از باتری جدا می‌شود بار خازن ثابت است:

$$U = \frac{q^2}{2C} \rightarrow \frac{U''}{U} = \frac{C}{C''} \xrightarrow{C \times \frac{1}{5}} \frac{U''}{U} = \frac{C}{\frac{1}{5} C} = 5 \Rightarrow U'' = 5U$$

$$\frac{U''}{U'} = \frac{5U}{\frac{1}{4} U} = 20$$

(فصل ۱ - ص ۳۲ تا ۳۷)

۵۳. گزینه ۴ درست است.

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{\frac{1}{5} V_1}{V_1} \right)^2 = \frac{1}{25} \rightarrow U_2 = \frac{1}{25} U_1$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی} = \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{25} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -96\%$$

یعنی ۹۶ درصد کاهش یافته است. (فصل ۱ - صفحات ۳۸ ، ۳۹)

۵۴. گزینه ۴ درست است.

با توجه به یکنواخت بودن میدان الکتریکی بین صفحات خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \rightarrow \begin{cases} C = k \frac{\epsilon_0 A}{d} \\ V = Ed \end{cases}$$

$$U = \frac{1}{2} \left(k \frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} k \epsilon_0 E^2 Ad$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \left(k \frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} k \epsilon_0 E^2 Ad$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 1 \times 9 \times 10^{-12} \times (2 \times 10^5)^2 \times (2 \times 10^{-6}) = 36 \times 10^{-8} \text{ J} = 36 \mu\text{J}$$

(فصل ۱ - صفحات ۳۸، ۳۹)

۵۵. گزینه ۲ درست است.

با توجه به رابطه $U = \frac{q^2}{2C}$ برای خازن C_2 داریم:

$$U = \frac{q^2}{2C_2} \Rightarrow 9 = \frac{(q+5)^2}{2 \times 2} \Rightarrow (q+5)^2 = 36 \xrightarrow{\text{جذر}} q+5=6 \Rightarrow q=1 \mu\text{C}$$

حال با جایگذاری در خازن C_1 داریم:

$$U = \frac{q^2}{2C_1} \Rightarrow 9 = \frac{1^2}{2 \times C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{18} \mu\text{F}$$

(فصل ۱ - صفحات ۳۸، ۳۹)

شیمی (۲)

۵۶. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا گاهی سبب تغییر و بهبود خواص آن‌ها خواهد شد.

عبارت دوم درست است. فلزات، سمت چپ جدول قرار دارند.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا بنیادی‌ترین ویژگی عناصرها عدد اتمی آن‌ها است و در یک گروه از بالا به پایین خلصت فلزی افزایش می‌یابد.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا He در گروه ۱۸ در بیرونی‌ترین لایه الکترونی خود دارای ۲ الکترون است؛ در صورتی که بقیه عناصر گروه ۱۸ بیرونی‌ترین لایه الکترونی خود دارای ۸ الکترون هستند. (فصل ۱ - ص ۲، ۶)

۵۷. گزینه ۳ درست است.

در گروه ۱۴ دو عنصر سیلیسیم (Si) و ژرمانیم (Ge) شبه‌فلز هستند. (فصل ۱ - ص ۷)

۵۸. گزینه ۲ درست است.

الف- نادرست است؛ زیرا B فلز گروه دوم و G عنصر واسطه است؛ بنابراین خلصت فلزی B بیشتر از G است ولی A فلزی از گروه اول است که خلصت فلزی آن بیشتر از گروه دوم است؛ بنابراین خلصت فلزی B کمتر از A است.

ب- درست است؛ زیرا آرایش آخرین لایه الکترونی هر دو عنصر D و F به $4s^1$ ختم می‌شوند، بنابراین دارای ۷ الکترون در $\ell = 0$ است.



پ- درست است؛ زیرا عنصر E در گروه ۳، Sc است که یون پایدار آن Sc^{3+} است. و عنصر H در گروه ۱۲، Zn است که یون پایدار آن Zn^{2+} است.

ت- نادرست است؛ زیرا عنصر C و I (Si, Ge) هر دو شبه فلز هستند. (فصل ۱ - ص ۸)

۵۹. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا Si دارای ۳ لایه الکترونی است. (دوره سوم جدول)

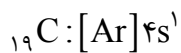
عبارت دوم نادرست است؛ زیرا رفتار فیزیکی آنها شبیه فلزات است.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا در دسته P جدول جای دارند.

عبارت چهارم درست است؛ زیرا رفتار شیمیایی شبیه به نافلزات دارند و الکترون به اشتراک می گذارند.

عبارت پنجم درست است؛ زیرا همگی جامد هستند. (فصل ۱ - ص ۹)

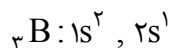
۶۰. گزینه ۱ درست است.



عنصر C در دوره چهارم و گروه اول قرار دارد. بنابراین دارای شعاع بزرگتری نسبت



به B که در همان گروه ولی در دوره دوم است، دارد.



عنصر A در دوره چهارم و گروه دوم قرار دارد.

در هر دوره از چپ به راست و در هر گروه از پایین به بالا شعاع کاهش می یابد، بنابراین اعداد داده شده که مربوط به شعاع اتمی است

در گزینه ۱ درست بیان شده است. (فصل ۱ - ص ۱۲)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

۱- نادرست است؛ زیرا خصلت فلزی با شعاع اتمی رابطه مستقیم دارد.

۲- درست است؛ زیرا در یک دوره جدول تناوبی از چپ به راست با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش می یابد. همچنین

شیب بیشتر را در بین گروه های ۱۳ و ۱۴ داریم.

۳- نادرست است؛ زیرا خصلت فلزی با شعاع اتمی رابطه مستقیم دارند.

۴- نادرست است؛ زیرا با افزایش عدد اتمی در یک دوره جدول تناوبی خصلت نافلزی زیاد می شود ولی این نمودار نزولی است.

(فصل ۱ - ص ۱۳)

۶۲. گزینه ۴ درست است.

جوش شیرین ۲۰٪ ناخالصی دارد، پس ۸۰٪ خالص است. طبق واکنش موازنه شده گازها شامل ۱ مول بخار آب و ۱ مول

CO_2 هستند.

گاز تولیدی در واکنش

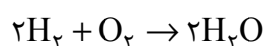
(مول ۲ = ۱ + ۱)

$$? \text{ mol گاز} = 16/8 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{2 \text{ mol گاز}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 0/32 \text{ mol گاز}$$

(فصل ۱ - ص ۲۳)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

$$? \text{ mol H}_2 = 336 \text{ g Fe} \times \frac{65}{100} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Fe}} = 3/9 \text{ mol H}_2$$



$$? \text{ g O}_2 = 3/9 \text{ mol H}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol H}_2} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 62/4 \text{ g O}_2$$

(فصل ۱ - ص ۲۴)

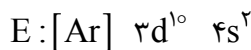
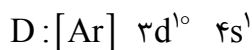
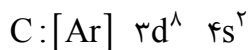
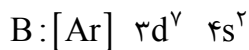
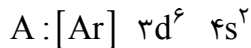
۶۴. گزینه ۳ درست است.

با توجه به تصویر، شدت واکنش در ظرف ۳ بیشتر از ۲ و در ظرف ۲ بیشتر از ۱ است. بنابراین فلز ظرف ۳ باید واکنش پذیری

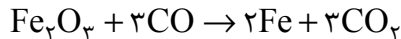
بیشتری داشته باشد.

- ۱- نادرست است؛ زیرا واکنش پذیری K بیشتر از Li و Na است.
 - ۲- نادرست است؛ زیرا واکنش پذیری Li از همه کمتر است و K از سدیم و لیتیم بیشتر است.
 - ۳- درست است؛ زیرا در گروه دوم مانند گروه اول از بالا به پایین واکنش پذیری بیشتر می شود؛ بنابراین $Sr > Ca > Mg$
 - ۴- نادرست است زیرا استرانسیم واکنش پذیری بیشتری نسبت به Ca و منیزیم دارد. (فصل ۱ - ص ۱۲)
۶۵. گزینه ۲ درست است.

با توجه به مشخصات جدول می توان آرایش الکترونی این پنج عنصر را به صورت زیر نوشت:



- عبارت اول نادرست است؛ زیرا عنصر A آهن است که دارای دو یون پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} در طبیعت است.
- عبارت دوم درست است؛ زیرا مجموع الکترون های موجود در زیرلایه های d و s، الکترون های ظرفیتی هستند.
- عبارت سوم نادرست است؛ زیرا مطابق آرایش الکترونی عنصر D به $4s^1$ ختم می شود.
- عبارت چهارم درست است؛ زیرا مطابق آرایش الکترونی نوشته شده است.
- عبارت پنجم درست است؛ زیرا شماره گروه مجموع الکترون های موجود در زیرلایه های s و d است. (فصل ۱ - ص ۱۶)
۶۶. گزینه ۴ درست است.



$$840 LCO_2 = 5Kg \times \frac{1000}{1Kg} gFe_2O_3 \times \frac{X}{100} \times \frac{1mol Fe_2O_3}{160 gFe_2O_3} \times \frac{22.4 LCO_2}{1mol CO_2} \times \frac{3mol CO_2}{1mol Fe_2O_3}$$

$$\Rightarrow X = 40$$

درصد خلوص ۴۰٪ است پس درصد ناخالص ۶۰٪ است.

(فصل ۱ - ص ۲۳)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

- واکنش ۱ انجام پذیر است زیرا، کربن واکنش پذیری بیشتری نسبت به Fe دارد.
- واکنش ۲ انجام ناپذیر است زیرا، C واکنش پذیری کمتری نسبت به Na دارد.
- واکنش ۳ انجام ناپذیر است زیرا، Ag واکنش پذیری کمتری نسبت به Zn دارد.
- واکنش ۴ انجام پذیر است زیرا، Zn واکنش پذیری بیشتری نسبت به Fe دارد. (فصل ۱ - ص ۲۰)

۶۸. گزینه ۴ درست است.

- ۱- همه فلزها در حالت های کلی رفتارهای مشابهی دارند، اما تفاوت های قابل توجهی میان آنها وجود دارد.
- ۲- شناسایی یون های آهن با استفاده از $NaOH$ یا بازها صورت می گیرد.
- ۳- تعداد نافلزها به صورت آزاد بیشتر از فلزها در طبیعت است.
- ۴- فلزهای واسطه واکنش پذیری کمتری دارند، بنابراین استخراج آنها آسان تر است. (فصل ۱ - ص ۱۹)

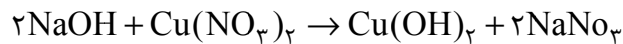
۶۹. گزینه ۴ درست است.

مطابق صفحه ۲۹ کتاب این روش برای فلزات سنگین به کار می رود.

۷۰. گزینه ۳ درست است.

زمانی که فلزات تبدیل به وسایل قابل استفاده می‌شوند و بعد دور انداخته می‌شوند قابل بازیافت هستند. (فصل ۱ - ص ۲۷)

۷۱. گزینه ۱ درست است.



$$\text{molNaOH} = 0.1 \text{ mol} \quad \frac{0.4}{\text{L}} = \frac{? \text{ mol}}{0.25 \text{ L}}$$

$$? \text{ g Cu}(\text{OH})_2 = 0.1 \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol Cu}(\text{OH})_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{98 \text{ g Cu}(\text{OH})_2}{1 \text{ mol Cu}(\text{OH})_2} \times \frac{100}{100} = 4.9 \text{ g Cu}(\text{OH})_2$$

(فصل ۱ - ص ۲۴)

۷۲. گزینه ۳ درست است.

نفت خام تجدیدناپذیر و سوختی فسیلی است. بیش از نیمی از آن صرف تولید انرژی شده و کمتر از ۱۰ درصد آن صرف تولید مواد اولیه می‌شود. نفت خام از هیدروکربن‌ها تشکیل شده است. که در هنگام استخراج باعث آلودگی هوا و خاک و آب می‌شود.

(فصل ۱ - ص ۲۸)

۷۳. گزینه ۳ درست است.

$$\text{CO} \quad \frac{1}{6} \frac{\text{g}}{\text{L}} = \frac{? \text{ g CO}}{560 \text{ L}} \quad \text{مقدار عملی } \text{g CO} = 560 \times \frac{1}{6} = 896 \text{ g}$$

$$? \text{ g CO} = 2.4 \text{ Kg SiO}_2 \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ Kg}} \times \frac{1 \text{ mol SiO}_2}{60 \text{ g SiO}_2} \times \frac{2 \text{ mol CO}}{1 \text{ mol SiO}_2} \times \frac{28 \text{ g}}{1 \text{ mol CO}} = 2240 \text{ g CO}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{896}{2240} \times 100 = 40\%$$

(فصل ۱ - ص ۲۴)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

آلکان‌ها هیدروکربن‌های سیرشده، غیرسمی و ناقطبی بوده، میل ترکیبی ندارند؛ پس به‌عنوان ماده اولیه به کار نمی‌روند. فرمول عمومی آن‌ها $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ است که تعداد کربن‌ها از نصف تعداد هیدروژن‌ها ۲ عدد کمتر است. (فصل ۱ - ص ۳۲)

۷۵. گزینه ۱ درست است.

$$? \text{ mol CO} = 40 \text{ g C} \times \frac{45}{100} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{2 \text{ mol CO}}{2 \text{ mol C}} \times \frac{60}{100} = 0.9 \text{ mol}$$

$$? \text{ g Cu} = 0.9 \text{ mol CO} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol CO}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{60}{100} = 34.56 \text{ g Cu}$$

(فصل ۱ - ص ۲۴)

۷۶. گزینه ۴ درست است.

نیروی بین مولکولی در هیدروکربن‌ها از نوع واندروالسی بوده و با افزایش زنجیر کربنی و سنگین شدن زنجیره به کربن هیدروکربن این نیرو افزایش می‌یابد. (فصل ۱ - ص ۳۵)

۷۷. گزینه ۴ درست است.

۱- نادرست است؛ زیرا $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ به دلیل تعداد کربن بیشتر سنگین‌تر بودن گرانیوی بیشتری دارد.

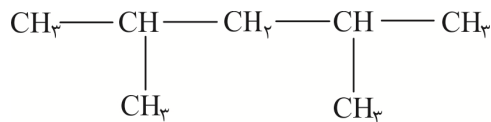
۲- نادرست است؛ زیرا $\text{C}_{10}\text{H}_{22}$ به دلیل تعداد کربن کمتر سبک‌تر بودن فراریت بیشتری دارد.

۳- نادرست است؛ زیرا هرچه مولکول هیدروکربن تعداد کربن بیشتری داشته باشد یا سنگین‌تر باشد. نقطه جوش بیشتری دارد.

۴- درست است؛ زیرا حالت هیدروکربن‌ها در دمای اتاق با ۴ کربن گازی شکل است و بالای ۵ کربن به حالت مایع هستند.

(فصل ۱ - ص ۳۴)

۷۸. گزینه ۳ درست است.



الف - حلقوی است. ب - شاخه دار است.

پ - آلکان نیست. (آلکن است) ت - راست زنجیر است.

ث - تنها به صورت $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$ می تواند باشد که آلکانی راست زنجیر است.

(فصل ۱ - ص ۳۲)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

با توجه به فرمول عمومی آلکان ها $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ می توان نوشت:

$$\frac{84}{100} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} = \frac{n \times 12}{\text{C}_n\text{H}_{2n+2}} = \frac{12n}{12n + 2n + 2} = \frac{12n}{14n + 2} \Rightarrow 84(14n + 2) = 100 \times 12n$$

$$n = 7 \quad \text{C}_7\text{H}_{16} \quad 1176n + 168 = 1200n \Rightarrow n = \frac{168}{24} \Rightarrow n = 7$$

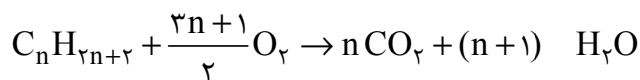
آلکان دارای ۱۶ هیدروژن است.

$$\text{C}_n\text{H}_{2n+2} = n_{\text{H}} = (7 \times 2) + 2 = 16 \quad \text{تعداد هیدروژن}$$

(فصل ۱ - ص ۲۴)

۸۰. گزینه ۱ درست است.

آلکان ها در اثر سوختن، تولید گاز کربن دی اکسید و آب می کنند معادله عمومی سوختن آلکان ها به صورت زیر است.



$$3/36 \text{L CO}_2 = 2/2 \text{g آلکان} \times \frac{1 \text{mol آلکان}}{14n+2 \text{g}} \times \frac{n \text{mol CO}_2}{1 \text{mol آلکان}} \times \frac{22/4 \text{L CO}_2}{1 \text{mol CO}_2} \Rightarrow 49/28 n = 47/04n + 6/72$$

$$\Rightarrow n = \frac{6/72}{2/24} \Rightarrow \boxed{n=3} \Rightarrow n=3 \Rightarrow \text{C}_3\text{H}_8$$

(فصل ۱ - صفحات ۳۳ و ۲۳)

زمین شناسی

۸۱. گزینه ۲ درست است.

قانون سوم کپلر بیان می کند که: زمان گردش یک دور سیاره به دور خورشید (p) با افزایش فاصله از خورشید (d) افزایش می یابد، به طوری که مربع زمان گردش سیاره به دور خورشید معادل مکعب فاصله آن سیاره تا خورشید است ($p^2 = d^3$). بررسی سایر گزینه ها:

کوپرنیک، خورشید مرکزی را بیان کرد.

بطلمیوس، زمین مرکزی را ارائه کرد.

سجزی و طوسی، ایراداتی به زمین مرکزی بیان کردند. (فصل اول - ص ۱۲)

۸۲. گزینه ۱ درست است.

در مرحله بازشدگی، تحت تأثیر جریان های همرفتی سست کره، بخشی از پوسته قاره ای شکافته می شود و مواد مذاب سست کره صعود نموده و به سطح زمین می رسند. (بسته شدن اقیانوس ها در مرحله سوم و ایجاد پشته های اقیانوسی در مرحله دوم انجام می شود). (فصل اول - ص ۱۸)

۸۳. گزینه ۴ درست است.

طولانی ترین محدوده زمانی مربوط به پرکامبرین به مدت ۴ میلیارد سال است. (فانروزوییک حدود ۵۴۱ میلیون سال است و بقیه موارد از این کمتر هستند). (فصل اول - ص ۱۷)

۸۴. گزینه ۳ درست است.

شب و روز بر اثر حرکت وضعی به وجود می آید. انحراف $23/5$ درجه ای محور زمین، نسبت به خط عمود بر سطح مدار گردش زمین به دور خورشید، سبب ایجاد اختلاف مدت زمان روز و شب در عرض های جغرافیایی مختلف می شود. (اما ارتباطی به طول جغرافیایی و ساعات رسمی کشورها و نقاط مختلف و یا دایره عظیمه روشنایی ندارد.) (فصل اول - ص ۱۲)

۸۵. گزینه ۱ درست است.

سنجش از دور یعنی علم و فن جمع آوری اطلاعات از عوارض سطح زمین، بدون تماس فیزیکی با آن ها؛ شامل اندازه گیری و ثبت انرژی بازتابی از سطح زمین و جو پیرامون آن، از یک نقطه مناسب در بالاتر از سطح زمین. (فصل اول - ص ۲۱)

۸۶. گزینه ۲ درست است.

۳ مرحله واپاشی $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$
نیم عمر $\times$ تعداد نیم عمر = سن نمونه
روز $78 = 3 \times X$ $X = 26$ روز

(فصل اول - ص ۱۶)

۸۷. گزینه ۴ درست است.

در مراحل تکوین سیاره زمین، ابتدا با سرد شدن گوی مذاب زمین، سنگ آذرین (نخستین اجزای سنگ کره) ایجاد شد و بعد با فوران آتشفشان ها، هواکره ایجاد شد و سپس با سرد شدن هواکره، بخار آب به صورت مایع درآمد. (فصل اول - ص ۱۴)

۸۸. گزینه ۳ درست است.

میانگین فاصله خورشید از زمین، حدود 150 میلیون کیلومتر است که به آن، یک واحد نجومی می گویند. البته این مقدار در اول تیرماه به حداکثر مقدار خود یعنی 152 میلیون کیلومتر می رسد.

بررسی سایر گزینه ها:

در اول تیر، طولانی ترین شب برای قطب جنوب ثبت می شود.

زمین در موقعیت اول تابستان قرار دارد.

سرعت زمین به حداقل خواهد رسید. (فصل اول - ص ۱۳)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

کالکوپریت به فرمول شیمیایی $CuFeS_4$ مهم ترین کانه کانسنگ فلز مس است که ترکیبی سولفیدی دارد. (فصل دوم - ص ۲۹)

۹۰. گزینه ۲ درست است.

از آنجا که عامل تشکیل کانسنگ های مولیبدن و قلع و برخی از فلزات، آب گرم است، به آن ها نوع گرمابی می گویند. (فصل دوم - ص ۳۱)

۹۱. گزینه ۳ درست است.

در معادن متروکه ای که دوباره مورد بهره برداری قرار می گیرند عامل مهم را این گونه می توان تفسیر کرد که، روش های استخراجی جدیدی با گسترش علم به دست آمده و هزینه ها را کاهش داده است.

بررسی سایر گزینه ها:

ذخایر پیریتی ارزش استخراجی ندارند.

پلاسر آهن بی ارزش است.

بالا آمدگی زمین نمی تواند عاملی در ارزش یافتن معدن باشد. (فصل دوم - ص ۳۰)

۹۲. گزینه ۴ درست است.

یاقوت: نام علمی آن کزندوم (اکسید آلومینیوم) است. کانی کزندوم به رنگ آبی و سرخ دیده می شود، رنگ آبی آن، یاقوت کبود و رنگ قرمز آن را یاقوت سرخ می گویند. این کانی بعد از الماس سخت ترین کانی است. (درجه سختی ۹) (فصل دوم - ص ۳۴)

۹۳. گزینه ۳ درست است.

لایه نفوذناپذیر (پوش سنگ) جلوی حرکت نفت و گاز به سطح زمین را می گیرد. (فصل دوم - ص ۳۷)

۹۴. گزینه ۱ درست است.

در برخی کشورها، مانند ایرلند، زغال سنگ نارس (تورب) به عنوان یک ماده سوختی بهره برداری می شود. (فصل دوم - ص ۳۷)

۹۵. گزینه ۲ درست است.

میکا (سیاه و سفید) از نوع سیلیکات و دارای عنصر اکسیژن و سیلیسیم هستند. کاربرد مسکوویت در طلق نسوز است و ماده ای معدنی و غیرفلزی است. (فصل دوم - ص ۲۹)