اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

سنجش دوازدهم

آزمـــون ۸ از ۱۴

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

ویژهٔ پایهٔ دوازدهم

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم ــ مرحلهٔ ششم
(۱۴۰۲/۱۱/۱۳)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامهٔ آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینهٔ ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

کانال‌های ارتباطی:
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

جمله عمومی: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_1 = 1$

$a_4 + a_5 + ... + a_9 = 72(a_1 + a_2 + a_3)$

$q^3 + q^4 + ... + q^8 = 72(1 + q + q^2)$

$\frac{q^3(q^6 - 1)}{q - 1} = 72(1 + q + q^2)$

$q^3 \cancel{(q^3 - 1)}(q^3 + 1) = 72 \cancel{(q^3 - 1)}$

$q^3(q^3 + 1) = 72 \xrightarrow{q^3 = t} t^2 + t - 72 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 8 & \checkmark \\ t = -9 & \times \end{cases}$

پس $q = 2$ است.

$S_{12} = \frac{a_1(q^{12} - 1)}{q - 1} = 2^{12} - 1 = 4095$

۲. گزینه ۲ درست است.

دو طرف تساوی را در $(x + 1)(x - 1)$ ضرب می‌کنیم.

$(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = kx\left(x^2 - 1 - (x - 1)^2\right)$

$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = kx(x^2 - 1 - x^2 + 2x - 1)$

$-4x = kx(2x - 2) \Rightarrow x(2kx - 2k + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2k - 4}{2k} \end{cases}$

$\left|0 + \frac{4 - 2k}{2k}\right| = 2 \Rightarrow 4k = \pm(4 - 2k) \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{2}{3} \\ k_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 = \frac{-4}{3}$

۳. گزینه ۱ درست است.

عبارت درجه سوم را تجزیه می‌کنیم.

$2x^3 - 17x^2 - 15x + 12 = 2(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$

حال به‌جای x، ۱- را جایگزین می‌کنیم:

$-2 - 17 + 15 + 12 = 2(-1 - \alpha)(-1 - \beta)(-1 - \gamma)$

$\Rightarrow 8 = -2(1 + \alpha)(1 + \beta)(1 + \gamma)$

$\Rightarrow -4 = (1 + \alpha)(1 + \beta)(1 + \gamma)$

۴. گزینه ۴ درست است.

$$\left|\frac{۵-|x|}{x-۹}\right| \le ۱ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{۲۵-۱۰|x|+x^۲}{x^۲-۱۸x+۸۱} \le ۱$$

$$\Rightarrow ۲۵-۱۰|x|+x^۲ \le x^۲-۱۸x+۸۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱۸x-۱۰x \le ۵۶ & x \ge ۰ \\ ۱۸x+۱۰x \le ۵۶ & x < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \le ۷ & x \ge ۰ \\ x \le ۲ & x < ۰ \end{cases}$$

پس مجموعه جواب به‌صورت $(-\infty, ۷]$ است.

باید عبارت $(m-n)x^۲+nx+۱۲-m$ درجه اول باشد، پس $m=n$ است.

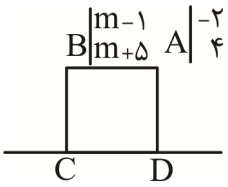
$$nx+۱۲-n \ge ۰ \xrightarrow{n<۰} x \le \frac{n-۱۲}{n}$$

پس $\frac{n-۱۲}{n}=۷$ و درنتیجه $n=-۲$ و $m=-۲$ و $m+n=-۴$ است.

۵. گزینه ۲ درست است.

مختصات A و B در معادلهٔ خط صدق نمی‌کنند، پس هر دو نقطه خارج خط قرار دارند.

پس شیب AB برابر یک است. پس $\frac{m+۱}{m+۱}=۱$ بنابراین $m \ne -۱$ است.



$$AB=BC=AD \Rightarrow \sqrt{(m+۱)^۲+(m+۱)^۲}$$

$$=\frac{|m-۱-m-۵-۲|}{\sqrt{۲}}=\frac{|-۲-۴-۲|}{\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲}|m+۱|=\frac{۸}{\sqrt{۲}} \Rightarrow |m+۱|=۴ \Rightarrow m=۳ \text{ یا } -۵$$

۶. گزینه ۳ درست است.

$$f(x)=mx^۲+(m+۴)x+۴m+۲ \Rightarrow f(۱)=۶m+۶$$

$$f'(x)=۲mx+m+۴ \Rightarrow f'(۱)=۳m+۴$$

$$f''(x)=۲m \Rightarrow f''(۱)=۲m$$

دنباله حسابی:

$$۶m+۶, ۳m+۴, ۲m$$

$$\Rightarrow ۳m+۴=\frac{۲m+۶m+۶}{۲} \Rightarrow m=۱$$

دنبالهٔ حسابی: $۱۲, ۷, ۲, \ldots$

$$S_n=-۱۰۵=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)=\frac{n}{۲}(۲۴-۵(n-۱))$$

$$=\frac{n}{۲}(۲۹-۵n) \Rightarrow ۵n^۲-۲۹n-۲۱۰=۰ \Rightarrow (n-۱۰)(۵n+۲۱)=۰ \Rightarrow n=۱۰$$

۷. گزینه ۲ درست است.

در همسایگی راست $x=۵$ راست داریم:

$$f(x)=\sqrt{x^۲-۵x+x-۱}=\sqrt{x^۲-۴x-۱}$$

$$f'(x)=\frac{۲x-۴}{۲\sqrt{x^۲-۴x-۱}}\Rightarrow f'(۵)=\frac{۳}{۲}$$

در همسایگی $x=۱۰$ راست داریم:

$$f(x)=\sqrt{x^۲-۱۰x+x-۱}=\sqrt{x^۲-۹x-۱}$$

$$f'(x)=\frac{۲x-۹}{۲\sqrt{x^۲-۹x-۱}}\Rightarrow f'(۱۰)=\frac{۱۱}{۶}$$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۵+h)+f(۱۰+h)-۵}{h}=f'(۵)+f'(۱۰)=\frac{۳}{۲}+\frac{۱۱}{۶}=\frac{۱۰}{۳}$$

۸. گزینه ۴ درست است.

تابع f در نقطه $x=۲$ ناپیوسته است. به شرطی g در $x=۲$ پیوسته است که $ax+b=۰$ باشد؛ پس $۲a+b=۰$

$$g(x)=\frac{|ax-۲a|}{x+f(x)}=\frac{|a|.|x-۲|}{x+f(x)}$$

برای محاسبهٔ g'_+ و g'_- کافی است از صورت کسر مشتق بگیریم و از مخرج کسر حد بگیریم.

$$g'_+(۲)=|a|\times\lim_{x\to ۲^+}\frac{۱}{x+f(x)}=|a|\times\frac{۱}{۳}$$

$$g'_-(۲)=-|a|\times\lim_{x\to ۲^-}\frac{۱}{x+f(x)}=-|a|\times\frac{۱}{۵}$$

$$g'_+(۲)-g'_-(۲)=\frac{|a|}{۳}+\frac{|a|}{۵}=\frac{۸|a|}{۱۵}=۸\Rightarrow|a|=۱۵$$

۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا پیوستگی g در $f(۴)$ یعنی در $x=۲$ را بررسی می‌کنیم.

$$\lim_{x\to ۲}g(x)=g(۲)\to\frac{k-۱}{۲}+m=-\sqrt{۲+k}$$

حال مشتق چپ و راست gof را در $x=۴$ بررسی می‌کنیم.

$$۵f'(۵x-۱)=۱+\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\xrightarrow{x=۱}f'(۴)=\frac{۳}{۱۰}$$

$$g'(x)=\begin{cases}\dfrac{-(k-۱)}{x^۲} & x\geq ۲\\ \dfrac{-۱}{۲\sqrt{x+k}} & x<۲\end{cases}$$

$$(gof)'_+(۴)=f'(۴)\times g'_+\big(f(۴)\big)=f'(۴)\times g'_+(۲)=\frac{۳}{۱۰}\times\frac{-(k-۱)}{۴}=\frac{-(۳k-۳)}{۴۰}$$

$$(gof)'_-(۴)=f'(۴)\times g'_-\big(f(۴)\big)=f'(۴)\times g'_-(۲)=\frac{۳}{۱۰}\times\frac{-۱}{۲\sqrt{۲+k}}=\frac{-۳}{۲۰\sqrt{۲+k}}$$

$$\Rightarrow\frac{-۳(k-۱)}{۴۰}=\frac{-۳}{۲۰\sqrt{۲+k}}\Rightarrow(k-۱)\sqrt{۲+k}=۲\Rightarrow k=۲\Rightarrow m=-۲/۵$$

۱۰. گزینه ۴ درست است.

حاصل کسر داده‌شده برابر مشتق $\frac{-g}{f'}$ است.

$$f'=\frac{-۱}{(۵x+۱)^۲}\Rightarrow -\frac{g}{f'}=-\frac{\frac{x-\sqrt{x}}{(۵x+۱)^۲}}{\frac{-۱}{(۵x+۱)^۲}}=x-\sqrt{x}$$

$$\left(-\frac{g}{f'}\right)'=۱-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}$$

به‌ازای $x=۴$ جواب برابر $\frac{۳}{۴}$ است.

۱۱. گزینه ۲ درست است.

نقطهٔ تماس $A(a,۰)$ و نقطهٔ $B(-۲,a^۲-۴)$ را در نظر بگیرید. شیب پاره‌خط AB را به دو روش محاسبه می‌کنیم و برابر هم قرار می‌دهیم.

$$f'(x)=-۲x\Rightarrow f'(a)=-۲a\Rightarrow m_{AB}=\frac{۱}{۲a}$$

$$m_{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{a^۲-۴}{-۲-a}=۲-a\Rightarrow ۲-a=\frac{۱}{۲a}\Rightarrow ۲a^۲-۴a+۱=۰$$

$$\Rightarrow a=\frac{۲\pm\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow ۲a-۲=\pm\sqrt{۲}$$

۱۲. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{f(۱/۶۹)-f(۱)}{۱/۶۹-۱}=f'(۱)-\frac{۹}{۱۳۸}$$

$$\frac{۱/۳a-a}{۰/۶۹}=\frac{a}{۲}-\frac{۹}{۱۳۸}$$

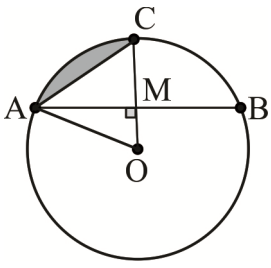
$$\frac{۰/۳a}{۰/۶۹}=\frac{a}{۲}-\frac{۳}{۴۶}\Rightarrow\frac{۱۰a}{۲۳}=\frac{۲۳a-۳}{۴۶}\Rightarrow ۲۰a=۲۳a-۳\Rightarrow a=۱$$

۱۳. گزینه ۲ درست است.

بنابر مطالب صفحهٔ ۱۳ کتاب هندسهٔ ۲، می‌دانیم که قطر گذرنده بر وسط یک وتر (یا شعاع گذرنده بر وسط یک وتر) بر آن عمود است و کمان‌های نظیر به آن وتر را نصف می‌کند. پس در اینجا خواهیم داشت:

$\overset{\Delta}{AMO}:\frac{MO}{OA}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \hat{MAO}=۳۰^\circ$ قائم‌الزاویه است. (زیرا ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰°، نصف وتر است و برعکس)

$\Rightarrow \hat{AOM}=۶۰^\circ\Rightarrow \overset{\Delta}{AOC}$ متساوی‌الاضلاع است.



مساحت قطاع $AOC=\frac{\hat{AOC}}{۳۶۰^\circ}\times\pi R^۲=\frac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\times\pi\times۶^۲=۶\pi\quad(*)$

$$\overset{\Delta}{AOC}\ \text{مساحت} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}\times AO^{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}\times ۶^{۲} = ۹\sqrt{۳}\ (**)$$

$$\xrightarrow[(*)\text{،}(**)]{} \text{مساحت ناحیهٔ سایه‌خورده} = ۶\pi - ۹\sqrt{۳} = ۳(۲\pi - ۳\sqrt{۳})$$

۱۴. گزینه ۳ درست است.

اگر $AB = AE$، آنگاه مثلث ABE متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\hat{E} = \hat{ABD} = \frac{\overset{\frown}{AD}}{۲} \qquad (\overset{\frown}{AD}\ \text{زاویهٔ محاطی روبه‌رو به})$$

اما زاویهٔ $\hat{EAD}$ نیز زاویهٔ ظلی روبه‌رو به $\overset{\frown}{AD}$ است و درنتیجه $\hat{EAD} = \hat{E} = \frac{\overset{\frown}{AD}}{۲}$ یا به‌عبارتی، مثلث ADE هم متساوی‌الساقین است $(AD = ED)$. اکنون به کمک اینکه EA بر دایره مماس است و بنابر روابط طولی، خواهیم داشت:

$$EA^{۲} = ED.EB \Rightarrow ۱۰^{۲} = ED(ED + ۲۱) \Rightarrow ED^{۲} + ۲۱ED - ۱۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (ED + ۲۵)(ED - ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ED = ۴ & \text{ق ق} \quad (*) \\ ED = -۲۵ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

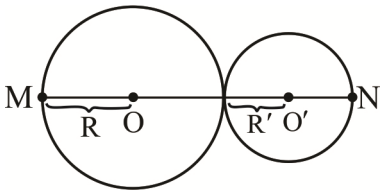
از سوی دیگر، می‌دانیم کمان‌های محصور میان دو وتر موازی و نیز وترهای نظیر این کمان‌ها، با هم برابرند. از این‌رو $ED = AD = BC = ۴$ و درنتیجه داریم:

$$CD = ۲AD + ۷ \overset{(*)}{=\!=} ۲\times ۴ + ۷ = ۱۵$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ABCD = AB + BC + CD + DA = ۱۰ + ۴ + ۱۵ + ۴ = ۳۳$$

۱۵. گزینه ۲ درست است.

با توجه به شکل روبه‌رو، MN بیشترین فاصلهٔ نقاط دو دایره از هم است. داریم:



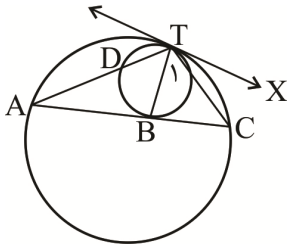
$$MN = ۲(OO') \Rightarrow MN = ۲(a + a + ۱) = ۲۴ \Rightarrow a = ۶$$

$$\Rightarrow R_{۱} = ۵\ ,\ R_{۲} = ۷\ ,\ OO' = ۱۲$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی } L = \sqrt{d^{۲} - (R - R')^{۲}} = \sqrt{۱۴۴ - ۴} = ۲\sqrt{۳۵}$$

۱۶. گزینه ۱ درست است.

مماس مشترک دو دایره را رسم می‌کنیم. داریم:



$$\angle C = \frac{\overset{\frown}{AT}}{۲} = ۶۰^{\circ}$$

$$\angle TBA\ (\text{زاویهٔ ظلی}) = \frac{TDB}{۲} = \frac{۲۲۰^{\circ}}{۲} = ۱۱۰^{\circ} \Rightarrow \angle TBC = ۷۰^{\circ}$$

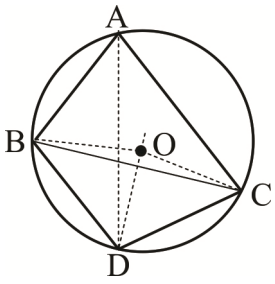
از طرفی $\angle BTX$ در دایرهٔ کوچک، زاویهٔ ظلّی است. پس:

$$\angle BTX = \frac{\overset{\frown}{BT}}{۲} = \frac{۳۶۰^{\circ} - ۲۲۰^{\circ}}{۲} = \frac{۱۴۰^{\circ}}{۲} = ۷۰^{\circ}\ (I)$$

چون در مثلث TBC، $\angle B = ۷۰^{\circ}$ و $\angle C = ۶۰^{\circ}$، درنتیجه: $\angle T_{۱} = ۵۰^{\circ}\ (II)$

$$(I),(II) \Rightarrow \angle CTX = ۲۰^{\circ} \Rightarrow \overset{\frown}{TC} = ۴۰^{\circ}$$

۱۷. گزینه ۴ درست است.



می‌دانیم که عمودمنصف یک ضلع از هر مثلث و نیمساز زاویهٔ روبه‌رو به آن ضلع، یکدیگر را روی دایرهٔ محیطی مثلث قطع می‌کنند (تمرین ۳، صفحهٔ ۲۹ کتاب هندسه ۲)، پس چهار نقطهٔ A، B، D و C روی یک دایره هستند یا به عبارتی چهارضلعی ABDC یک چهارضلعی محاطی است.

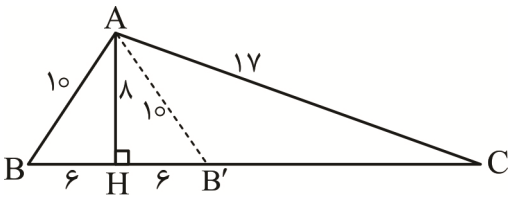
از آنجا که $\hat{DOC}=\frac{\overset{\frown}{DC}}{۲}$، $\hat{BOD}=\frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$ و $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DC}$، پس $\overset{\Delta}{ODC}$ و $\overset{\Delta}{OBD}$ هر دو متساوی‌الساقین و هم‌نهشت هستند، پس اگر فرض کنیم $\hat{OCD}=\alpha$، آنگاه داریم:

$$\hat{BDC}=\hat{BDO}+\hat{ODC}=\alpha+\alpha=۲\alpha$$

بنابراین، در اینجا خواهیم داشت: $\hat{OCD}=۵۰^\circ \Rightarrow \hat{BDC}=۲\times ۵۰^\circ=۱۰۰^\circ (*)$

چهارضلعی ABCD محاطی است $\Rightarrow \hat{BAC}+\hat{BDC}=۱۸۰^\circ \overset{(*)}{\Rightarrow} \hat{BAC}=۱۸۰^\circ-۱۰۰^\circ=۸۰^\circ$

۱۸. گزینه ۴ درست است.



اگر AB را نسبت به AH بازتاب دهیم، آنگاه: $AB=AB'=۱۰$؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AB=۱۰ \\ AH=۸ \end{cases} \Rightarrow BH=\sqrt{۱۰^۲-۸^۲}=۶ \Rightarrow BH=B'H=۶$$

$$\begin{cases} AH=۸ \\ AC=۱۷ \end{cases} \Rightarrow HC=\sqrt{۱۷^۲-۸^۲}=۱۵\ ,\ B'C=۱۵-۶=۹$$

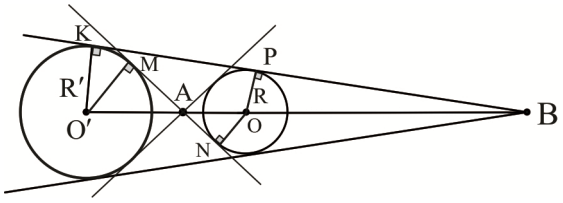
$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{AB'C}}=\frac{B'C\times AH}{۲}=\frac{۹\times ۸}{۲}=۳۶$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم که اگر دو خط l و l' با زاویهٔ θ و در نقطه‌ای چون O متقاطع باشند، آنگاه ترکیب دو بازتاب پیاپی نسبت به l و سپس l'، یک دوران به‌اندازهٔ ۲θ و به مرکز O است (تمرین ۵ صفحهٔ ۴۵ کتاب هندسهٔ ۲). پس با توجه به اینکه در اینجا دو خط d و d' بر هم عمودند $(\theta=۹۰^\circ)$، نتیجه می‌گیریم که ترکیب دو بازتاب پیاپی نسبت به d و d' دورانی به‌اندازهٔ $۲\theta=۱۸۰^\circ$ و به مرکز نقطهٔ برخورد این دو خط است. از این‌رو گزینهٔ (۴) همان شکل دوران یافته به‌اندازهٔ ۱۸۰° است.

توجه: مراقب باشید! ترکیب دو بازتاب پیاپی نسبت به دو خط متقاطع، یک انتقال نیست (برخلاف دو خط موازی) تا بتوان گزینهٔ (۱) را انتخاب کرد.

۲۰. گزینه ۱ درست است.



با توجه به شکل نقطهٔ A مرکز تجانس معکوس و نقطهٔ B مرکز تجانس مستقیم است. بنابر تشابه داریم:

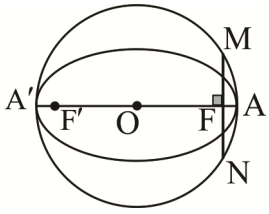
$$\overset{\Delta}{OAN} \sim \overset{\Delta}{O'AM} : \frac{OA}{O'A} = \frac{R}{R'} = \frac{۲}{۵} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{OA}{OO'} = \frac{۲}{۷} \left.\begin{matrix} \\ \\ OO' = ۲۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} OA = ۶ \\ O'A = ۱۵ \end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{BOP} \sim \overset{\Delta}{BO'K} : \frac{OB}{O'B} = \frac{R}{R'} = \frac{۲}{۵} \xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}} \frac{OB}{OO'} = \frac{۲}{۳} \left.\begin{matrix} \\ \\ OO' = ۲۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow OB = ۱۴$$

درنتیجه خواهیم داشت: $AB = OA + OB = ۶ + ۱۴ = ۲۰$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

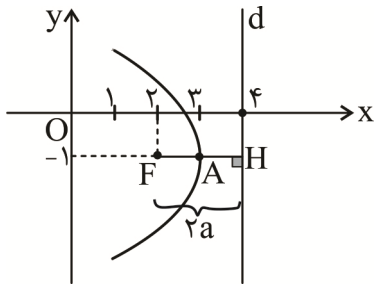
با توجه به تمرین ۲ از صفحهٔ ۵۷ کتاب هندسه ۳ می‌دانیم $MF = b$؛ درنتیجه داریم:



$$\left.\begin{matrix} AA' = ۱۰ \Rightarrow ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \\ FF' = ۸ \Rightarrow ۲c = ۸ \Rightarrow c = ۴ \end{matrix}\right\} \Rightarrow b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۹ \Rightarrow b = ۳$$

پس: $MN = ۲b = ۶$.

۲۲. گزینه ۴ درست است.



چون خط هادی d در سمت راست کانون سهمی قرار دارد، پس این سهمی رو به چپ (همیشه رو به کانون خود) باز می‌شود و افقی است. فاصلهٔ کانون تا خط هادی همواره برابر $۲a$ است، از این‌رو خواهیم داشت:

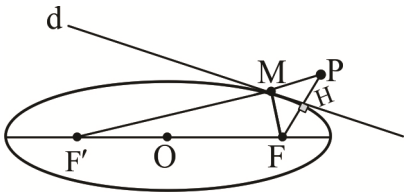
$$FH = ۲a = F \text{ تا } d \text{ فاصلهٔ } = ۴ - ۲ = ۲ \quad (*)$$

$$A = FH \text{ نقطهٔ وسط } = (\frac{۲+۴}{۲}, -۱) = (۳, -۱) \quad \text{(رأس سهمی)}$$

$$\overset{\text{معادلهٔ سهمی}}{\Rightarrow} (y+۱)^۲ = -۴a(x-۳) \overset{\substack{۲a=۲ \\ (*)}}{\Rightarrow} (y+۱)^۲ = -۴(x-۳)$$

$$\Rightarrow y^۲ + ۲y + ۴x + ۱ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow y^۲ + ۲y + ۴x - ۱۱ = ۰$$

۲۳. گزینه ۱ درست است.



قرینهٔ نقطهٔ F نسبت به خط d، نقطهٔ P است؛ پس $MF = MP$ و $PF' = ۲a$.

در مثلث PFF'، نقطهٔ H وسط PF و O وسط FF' است. پس OH نصف PF' است. داریم:

$$OH = \frac{PF'}{۲} \Rightarrow OH = \frac{۲a}{۲} = a \quad (۱)$$

$$e = \frac{۳}{۵} = \frac{۳x}{۵x} ; \begin{cases} c = ۳x \\ a = ۵x \end{cases} \Rightarrow b = ۴x = ۴ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow a = ۵ \quad (۲)$$

$$۱,۲ \Rightarrow OH = ۵$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نمودار دایره‌ای داریم:

$$\frac{۳x-۲}{۸x+۴} = \frac{۷۲^\circ}{۳۶۰^\circ} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow ۸x + ۴ = ۱۵x - ۱۰ \Rightarrow ۷x = ۱۴ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow \begin{cases} x + ۲ = ۴ \\ ۲x + ۱ = ۵ \end{cases} \Rightarrow ۴ + ۵ = ۹$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

به هر عدد $(x_i - \bar{x})$، انحراف از میانگین دادهٔ i اُم می‌گوییم. مد، داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد و در اینجا چون دو بار عدد ۱ آمده، پس مربوط است به انحراف از میانگین مد داده‌ها. اگر قرار دهیم $x_i - \bar{x} = y_i$، آنگاه $x_i = \bar{x} + y_i$ $(i = ۱,۲,\dots,۸)$ و به این صورت، به سادگی هر داده‌ای را می‌توانیم به‌دست آوریم. داریم:

$$\underset{\text{مد}}{\underset{\downarrow}{۱۲}} - \bar{x} = ۱ \Rightarrow \boxed{\bar{x} = ۱۲ - ۱ = ۱۱}$$

از سوی دیگر می‌دانیم که مجموع انحراف از میانگین داده‌ها، همواره برابر صفر است. پس باید داشته باشیم:

$$۰/۵ + ۱ + ۳ - ۴ - \frac{۷}{۲} - ۵ + ۲ + ۱ + y_۹ = ۰ \Rightarrow y_۹ = ۵$$

بنابراین به‌دست می‌آید که:

$$x_۹ = \bar{x} + y_۹ = ۱۱ + ۵ = ۱۶$$

۲۶. گزینه ۱ درست است.

با استفاده از رابطهٔ ضریب تغییرات داریم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{۶}{۴۵} = \frac{\sigma}{۱۵} \Rightarrow \sigma = ۲ \Rightarrow \sigma^۲ = ۴$$

$$\sum x_i = ۱۵ \times ۸ = ۱۲۰ \Rightarrow \text{جدید } \sum x_i = ۱۲۰ - (۱۲ + ۱۵) + (۵۱ + ۲۱ + ۴ + ۴ + ۴ + ۳)$$

$$\Rightarrow \text{جدید } \sum x_i = ۱۸۰$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\text{جدید } \sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۸۰}{۱۲} = ۱۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^۲}{n} \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^۲ = ۴ \times ۸ = ۳۲$$

$$\text{جدید } \sum (x_i - \bar{x})^۲ = ۳۲ - \underbrace{\left[(۱۵-۱۵)^۲ + (۱۲-۱۵)^۲\right]}_{=۹} + \underbrace{\left[۳(۴-۱۵)^۲ + (۳-۱۵)^۲ + (۵۱-۱۵)^۲ + (۲۱-۱۵)^۲\right]}_{=۱۸۳۹}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲_{\text{جدید}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^۲}{n} = \frac{۱۸۶۲}{۱۲} \simeq ۱۵۵/۲$$

۲۷. گزینه ۲ درست است.

نخست داده‌ها را به‌صورت مرتب و از کوچک به بزرگ می‌نویسیم. داریم:

$$۱۰/۸ , ۱۲ , ۱۳/۹ , \boxed{۱۵ , \underbrace{۱۵/۵ , ۱۶/۵}_{Q_۲} , ۱۷} , ۱۷/۴ , ۱۸ , ۱۸/۱$$

$$Q_۱ = ۱۳/۹ \qquad Q_۲ = \frac{۱۵/۵ + ۱۶/۵}{۲} = ۱۶ \qquad Q_۳ = ۱۷/۴$$

توجه کنید که چون شمار داده‌ها زوج است، پس میانگین داده‌ها برابر می‌شود با میانگین دو دادهٔ وسط $(Q_۲ = ۱۶)$ و در نتیجه داده‌های درون جعبه عبارتند از ۴ دادهٔ ۱۷ , ۱۶/۵ , ۱۵/۵ , ۱۵. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=۱}^{n} (x_i - \bar{x})^۲}{n}} \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{۱۵ + ۱۵/۵ + ۱۶/۵ + ۱۷}{۴} = ۱۶$$

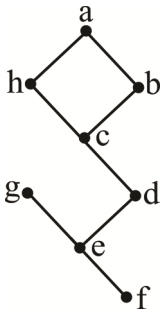
$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در فرمول } \sigma} \sigma = \sqrt{\frac{(۱۵-۱۶)^۲ + (۱۵/۵-۱۶)^۲ + (۱۶/۵-۱۶)^۲ + (۱۷-۱۶)^۲}{۴}}$$

$$=\sqrt{\frac{۱+۰/۲۵+۰/۲۵+۱}{۴}}=\sqrt{\frac{۲/۵}{۴}}=\sqrt{\frac{\frac{۵}{۲}}{۴}}=\sqrt{\frac{۵}{۸}}=\sqrt{۶۲/۵}\simeq\sqrt{\frac{۶۴}{۱۰۰}}=\frac{۸}{۱۰}=۰/۸$$

۲۸. گزینه ۳ درست است.

روش اول: نخست توجه کنید که در گراف G داده‌شده، $\Delta=۳$ و $p=۸$ است. پس:

$$\gamma(G)\geq\left\lceil\frac{p}{۱+\Delta}\right\rceil=\left\lceil\frac{۸}{۱+۳}\right\rceil=۲$$؛ اما هیچ دو رأسی وجود ندارند که همهٔ رأس‌های گراف را احاطه کنند (پوشش دهند) زیرا دو رأس درجهٔ ۳ نامجاور که به رأس مشترکی وصل نشده باشند نداریم یا دو رأس مجاور با هم که هر کدام به ۳ رأس متصل باشند هم به چشم نمی‌خورد. یعنی $\gamma(G)\geq ۳$؛ از سوی دیگر چون مجموعهٔ $A_۱=\{c,a,e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر است پس $\gamma(G)\leq ۳$ و به‌عبارتی دیگر $\gamma(G)=۳$. از این‌رو مجموعه‌های احاطه‌گر مینیم در این گراف، عبارتند از (توجه کنید که برای پوشش یا احاطهٔ هر دوی g و f، وجود رأس e لازم است و e در همهٔ مجموعه‌های احاطه‌گر حضور خواهد داشت):



$$A_۱=\{c,a,e\}\ ,\ A_۲=\{c,b,e\}\ ,\ A_۳=\{a,d,e\}\ ,\ A_۴=\{e,c,h\}$$
$$A_۵=\{e,h,a\}\ ,\ A_۶=\{e,b,a\}\ ,\ A_۷=\{e,b,h\}$$

روش دوم (شمارش): مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف G به سه دسته تقسیم می‌شوند:

دستهٔ یکم) مجموعه‌هایی که شامل e و d هستند؛ که در در این صورت ناگزیر باید a در این مجموعه باشد و انجام این کار به ۱ حالت، شدنی است.

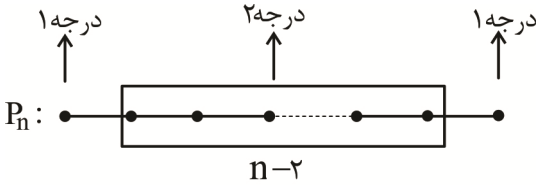
دستهٔ دوم) مجموعه‌هایی که شامل e و c هستند؛ که در این صورت باید یکی از سه رأس a، h و b در مجموعهٔ احاطه‌گر، حاضر باشد و انجام این کار به $\binom{۳}{۱}=۳$ حالت، شدنی است.

دستهٔ سوم) مجموعه‌هایی که شامل e و بدون حضور d یا c هستند؛ که در این صورت باید ۲ تا از رأس‌های a، b و h در مجموعه‌های یادشده، حاضر باشند و انجام این کار به $\binom{۳}{۲}=۳$ حالت، شدنی است.

پس بنابر اصل جمع، شمار مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم برابر $۳+۳+۱=۷$ است.

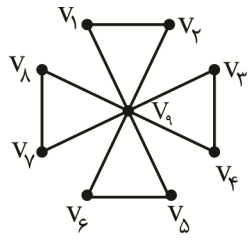
۲۹. گزینه ۳ درست است.

طبق شکل گراف P_n، این گراف ۲ رأس درجه یک و $n-۲$ رأس درجه ۲ دارد. پس در گراف $\overline{P}_n$، ۲ رأس از درجهٔ $n-۲$ و $n-۲$ رأس از درجهٔ $n-۳$ وجود دارد. (اگر گراف G از مرتبهٔ n باشد، آنگاه مجموع درجات هر رأس در دو گراف G و $\overline{G}$ برابر $n-۱$ است.) درنتیجه گراف $\overline{P}_n$ توسط این دو رأس درجه $n-۲$ احاطه می‌شود و بنابراین $\gamma(\overline{P}_n)=۲$.



۳۰. گزینه ۴ درست است.

چون $\gamma(G)=۱$، پس رأسی از G وجود دارد که به همهٔ رأس‌های دیگر وصل است و آن‌ها را احاطه می‌کند (پوشش می‌دهد). با توجه به داده‌های سوال، در اینجا رأس $v_۹$ این ویژگی را دارد و همسایگی باز بقیهٔ رأس‌ها ۲ عضوی است و از این‌رو گراف G به‌صورت روبه‌رو است. (به هر فرم دیگری باشد، تنها کافی است برخی رأس‌ها را جابه‌جا کنیم.) درجهٔ رأس $v_۹$ برابر ۸ است، پس برای اینکه G منتظم شود، باید داشته باشیم $\deg(v_۱)=\deg(v_۲)=...=\deg(v_۸)=۸$، یعنی G باید تبدیل به گراف



کامل K_9 شود. چون $q(G)=12$ و $q(K_9)=\frac{9\times8}{2}=36$، بنابراین باید به تعداد $36-12=24$ یال به G بیفزاییم.

فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: بعد از تماس دو کره بار الکتریکی هر یک را حساب می‌کنیم:

$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{-12/8+3/2}{2}=\frac{-9/6}{2}=-4/8\,nc$$

گام دوم: مقدار بار جابه‌جا شده بین دو کره را حساب می‌کنیم: $\Delta q_A=q'_A-q_A=-4/8-3/2=-8\,nc$

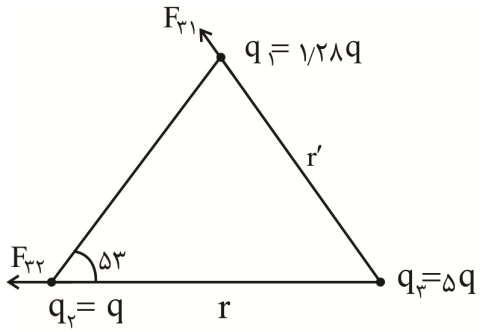
از علامت منفی می‌توان نتیجه گرفت که کره A الکترون از B گرفته است.

گام سوم: تعداد بار جابه‌جا شده از B به A را حساب می‌کنیم.

$$\Delta q=ne\rightarrow 8\times10^{-9}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=5\times10^{10}$$

(فیزیک ۲- صفحات ۳ و ۴)

۳۲. گزینه ۲ درست است.



$$\sin53=\frac{r'}{r}\Rightarrow0/8=\frac{r'}{r}\Rightarrow r'=0/8r$$

$$F_{32}=\frac{k|q_2||q_3|}{r^2}\Rightarrow F_{32}=\frac{kq\times5q}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{32}=\frac{5kq^2}{r^2}\rightarrow\frac{F_{32}}{5}=\frac{kq^2}{r^2}=\frac{F}{5}$$

$$F_{31}=\frac{k|q_3||q_1|}{r'^2}=\frac{k5q\times1/28q}{(0/8r)^2}=10\frac{kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{31}=10\times\frac{F}{5}=2F$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۶ تا ۱۰)

۳۳. گزینه ۱ درست است.

گام ۱: فاصله بار q_1 تا q_3 را حساب می‌کنیم که برابر فاصله q_2 تا q_3 است.

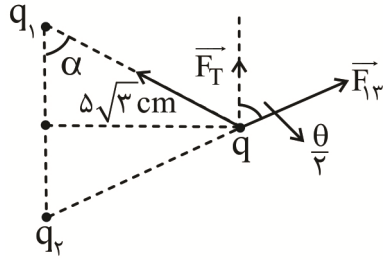
$$r=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=10\,cm$$

گام ۲: اندازهٔ نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم که برابر نیرویی است که بار q_2 بر بار q_3 وارد می‌کند.

$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=9\times10^9\,\frac{10\times2\times10^{-12}}{100\times10^{-4}}$$

$$F_{13}=F_{23}=18N$$

گام ۳: از رابطه $F=\sqrt{F_{13}^2+F_{23}^2}$ یا $F_T=2F\cos\frac{\theta}{2}$ (در صورت برابری دو بردار می‌توان از این رابطه استفاده کرد.) اندازهٔ F_T به‌دست می‌آید.



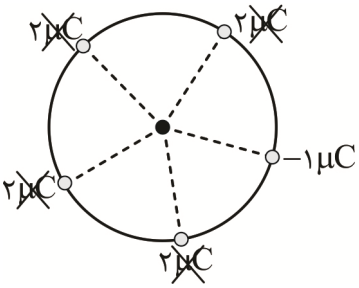
$$F_T=2F\cos\frac{\theta}{2}$$

$$F=2\times18\times\frac{5\sqrt{3}}{10}=18\sqrt{3}N$$

$$\vec{F}=18\sqrt{3}\,\vec{j}$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۶ تا ۱۰)

۳۴. گزینه ۳ درست است.



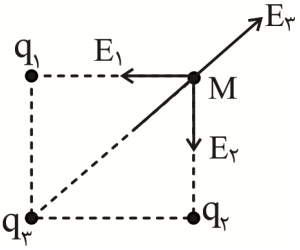
می‌توان بار $-۱\mu C$ را به‌صورت ترکیب دو بار الکتریکی $+۲\mu C$ و $-۳\mu c$ در نظر گرفت. به این ترتیب، نیروی خالص وارده از طرف ۵ بار الکتریکی متقارن و هم اندازه $+۲\mu C$ در مرکز دایره صفر بوده و تنها کافی است نیروی خالص وارده از طرف بار $-۳\mu C$ بر بار $+۵\mu C$ را بررسی کنیم.

$$= +\cancel{۲\mu C} + (-۳\mu C)$$

$$\text{قانون کولن}: F = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۳\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۱})^{۲}} \Rightarrow F = ۱/۵N$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۶ تا ۱۰)

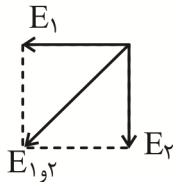
۳۵. گزینه ۲ درست است.



گام اول: چون $q_۳$ مثبت است، $q_۱$ و $q_۲$ باید منفی باشند تا برآیند میدان‌ها در M بتواند صفر باشد.

گام دوم: چون میدان $q_۳$ در راستای قطر مربع در نقطهٔ M قرار دارد، پس باید میدان خالص $q_۱$ و $q_۲$ نیز در راستای قطر مربع و مخالف $E_۳$ باشد و نتیجه می‌گیریم که $q_۱$ و $q_۲$ باید برابر باشند تا میدان خالص آن‌ها نیمساز زاویه بین آن‌ها باشد.

گام سوم: از رابطه $E = k\frac{|q|}{r^{۲}}$ استفاده می‌کنیم و برآیند میدان‌ها را در حالت اول برابر صفر قرار می‌دهیم:



$$E_{۱,۲} = \sqrt{E_۱^{۲}+E_۲^{۲}} \xrightarrow{E_۱=E_۲} E_{۱,۲} = \sqrt{۲E_۱^{۲}} = \sqrt{۲}E_۱$$

$$\sqrt{۲}E_۱ - E_۳ = ۰ \Rightarrow \sqrt{۲}E_۱ = E_۳ \Rightarrow \sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{a^{۲}} = k\frac{|q_۳|}{(\sqrt{۲}a)^{۲}}$$

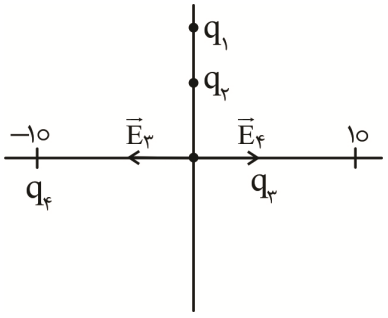
$$\sqrt{۲}\,|q_۱| = \frac{|q_۳|}{۲} \Rightarrow |q_۱| = \frac{|q_۳|}{۲\sqrt{۲}} \Rightarrow |q_۱| = \frac{۱۲}{۲\sqrt{۲}} \Rightarrow q_۱ = -۳\sqrt{۲}\ \mu c$$

گام چهارم: اکنون میدان خالص در نقطهٔ M را حساب می‌کنیم.

$$E_{۱,۲} = \sqrt{۲}E_۱ = \sqrt{۲}\times۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۳\sqrt{۲}\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱۰)^{۲}} \Rightarrow E_{۱,۲} = ۵/۴\times۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۱۲ تا ۱۶)

۳۶. گزینه ۳ درست است.



با توجه به شکل نقطه O (مبدأ مختصات) وسط بارهای $q_۳$ و $q_۴$ که هم اندازه و هم جهت هستند، قرار دارد. بنابراین میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار یکدیگر را خنثی می‌کنند.

$$E_۳ = E_۴ \Rightarrow E_{۳,۴} = ۰$$

میدان خالص ناشی از دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ O بایستی صفر شود. پس می‌توان نوشت:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{|q_۱|}{r_۱^{۲}} = k\frac{|q_۲|}{r_۲^{۲}}$$

$$\frac{۹}{r_۱^{۲}} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow r_۱^{۲} = ۹\times۱۶ \Rightarrow r_۱ = ۱۲cm$$

یعنی فاصله بار $q_۱$ از مبدأ بایستی ۱۲ سانتی‌متر باشد. با توجه به شکل فاصله بار $q_۱$ تا مبدأ $۶cm$ است. بنابراین:

$۱۲-۶=۶\text{cm}$

یعنی بار $q_۱$ بایستی به‌اندازهٔ ۶cm به طرف بالا جابه‌جا شود تا میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O صفر شود.

(فیزیک ۲ - صفحات ۱۲ تا ۱۶)

۳۷. گزینه ۱ درست است.

در رابطه $\Delta V = E \cdot d$، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه به میزان جابه‌جایی در راستای میدان وابسته است:

$$\Delta V_{AB} = \frac{۶۰}{۱۰۰}\Delta V_{BC} \Rightarrow \overline{AB}\times\cos\alpha = \frac{۶}{۱۰}\times\overline{BC}$$

$$\Rightarrow ۳۰\times\cos\alpha = \frac{۶}{۱۰}\times ۲۵ \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۲}$$

در محاسبه کار میدان الکتریکی، تنها جابه‌جایی انجام شده در راستای میدان اهمیت دارد:

مؤثر $d = \overline{BC} - \overline{AB}\times\cos\alpha$

مؤثر $d = ۲۵ - ۳۰\times\frac{۱}{۲} = ۱۰\,\text{cm} = ۰/۱\text{m}$

$$|\Delta U| = |W_E| = (Eq)\times d \Rightarrow$$

$$|\Delta U| = ۵۰۰\times۱۰^{۳}\times۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{-۱} = ۰/۱\text{J}$$

از آنجا که بار منفی در مجموع در جهت میدان الکتریکی یعنی درخلاف جهت مورد علاقه خود حرکت کرده است، انرژی پتانسیل الکتریکی آن در این جابه‌جایی افزایش خواهد یافت. (فیزیک ۲- صفحات ۲۲ تا ۲۷)

۳۸. گزینه ۱ درست است.

گام اول: با توجه به اینکه میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ دارای بار هم اندازه و مثبت و منفی یکنواخت است، داریم:

$$\Delta V_۱ = Ed_۱ \Rightarrow ۱۰۰ = ۵\times۱۰^{-۲}\times E \Rightarrow E = ۲۰۰۰\frac{N}{C}$$

گام دوم: حال اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta V_۲ = Ed_{AB} \Rightarrow \Delta V_۲ = ۲۰۰۰\times۳\times۱۰^{-۲} = ۶۰\,V$$

گام سوم: چون بار الکتریکی در جهت میدان حرکت کرده است، پس:

$$\Delta V_۲ = -۶۰\,v$$

$$\Delta V_۲ = \frac{\Delta V}{q} \Rightarrow -۶۰ = \frac{\Delta V}{۲\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow \Delta V = -۱۲\times۱۰^{-۵}\ J$$

گام چهارم:

$$W_E = -\Delta U = ۱۲\times۱۰^{-۵}\,J$$

$$W_{\text{خارجی}} + W_E = \Delta K \Rightarrow ۰ + ۱۲\times۱۰^{-۵} = \Delta K \Rightarrow \Delta K = ۱۲\times۱۰^{-۵}\,J$$

گام پنجم: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v^{۲} - v_{۰}^{۲})$$

$$\Rightarrow ۱۲\times۱۰^{-۵} = \frac{۱}{۲}\times۶\times۱۰^{-۶}(v^{۲} - ۰) \Rightarrow v^{۲} = ۴۰ \Rightarrow v = \sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$$

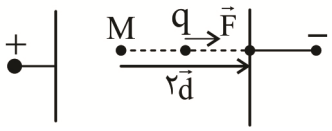
(فیزیک ۲ - صفحه ۲۲ تا ۲۷)

۳۹. گزینه ۳ درست است.

گام اول: از رابطه قضیه کار و انرژی استفاده می‌کنیم و می‌توان نوشت:

$$W_{\text{خارجی}} + W_E = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow[W_{\text{خارجی}}=۰]{W_E=-\Delta U} -\Delta U = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\xrightarrow{\Delta U=-|q|Ed\cos\theta} \frac{۱}{۲}mv^۲ = |q|Ed\cos\theta$$



در حالت اول $d_۱ = ۲d$ و $\cos\theta = ۱$ است و داریم:

$$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = |q|E\times ۲d \quad (۱)$$

گام دوم: اگر جای قطب‌ها را عوض کنیم، پس از رها کردن، بار q، بار به طرف چپ و صفحهٔ منفی حرکت می‌کند و پس از مسافت d به صفحه برخورد می‌کند و دوباره از رابطه فوق استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = |q|E\times d \quad (۲)$$

گام سوم: از تعمیم رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان تندی $v_۲$ را برحسب $v_۱$ حساب کرد:

$$\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow v_۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v_۱ \xrightarrow{v_۱=v} v_۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v$$

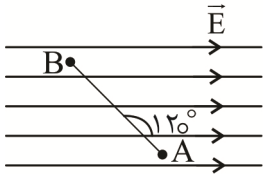
(فیزیک ۲ - صفحات ۲۲ تا ۲۷)

۴۰. گزینه ۲ درست است.

یادآوری: برای دو زاویه مکمل مانند θ و $(\pi-\theta)$ داریم:

$$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$$

گام ۱: در جابه‌جایی از A تا B، بردار جابه‌جای $(\vec{d})$ با میدان الکتریکی $(\vec{E})$ زاویه ۱۲۰° می‌سازد. بنابراین داریم:



$$\theta(E,d) = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \cos ۱۲۰^\circ = -\cos ۶۰^\circ = -\frac{۱}{۲}$$

گام ۲: با نوشتن رابطه $\Delta u = -qEd\cos\theta_{(E,d)}$ و $W = -\Delta U$ می‌توان کار را محاسبه کرد.

$$\Delta U = -qEd\cos\theta_{(E,d)}$$

$$\Delta U = -(۲\times ۱۰^{-۶})\times ۳\times ۱۰^۶ \times ۱/۵(-\frac{۱}{۲}) = ۴/۵\,J$$

$$W_E = -\Delta U = -۴/۵\,J$$

کار انجام شده توسط میدان منفی است.

(فیزیک ۲ - صفحات ۲۲ تا ۲۷)

۴۱. گزینه ۴ درست است.

گام اول: ابتدا بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را به‌دست می‌آوریم.

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow ۱۰۰\times ۱۰^{-۹} = \frac{Q}{۲۰} \Rightarrow Q = ۲\times ۱۰^{-۶}\ C$$

خازن جدا شده از مولد: ثابت $= Q$

گام دوم:

$$d_۲ = d_۱ - \frac{۲۰}{۱۰۰}d_۱ = \frac{۸۰}{۱۰۰}d_۱ \Rightarrow d_۲ = \frac{۴}{۵}d_۱$$

$$\frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{\frac{۴}{۵}d_۱} = \frac{۵}{۴}$$

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{Q_۲}{Q_۱}\times\frac{V_۱}{V_۲}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=۱\times\frac{V_۱}{V_۲}\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow V_۲=\frac{۴}{۵}V_۱=\frac{۴}{۵}\times۲۰=۱۶V$$

$$\Rightarrow \Delta V=V_۲-V_۱=۱۶-۲۰=-۴V$$

گام سوم: حال انرژی خازن را بررسی می‌کنیم:

$$U_۱=\frac{Q_۱^۲}{۲C}=\frac{(۲\times۱۰^{-۶})^۲}{۲\times۱۰۰\times۱۰^{-۹}}=\frac{۴\times۱۰^{-۱۲}}{۲\times۱۰^{-۷}}=۲\times۱۰^{-۵}\ J=۲۰\mu J$$

$$U=\frac{Q^۲}{۲C}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow U_۲=\frac{۴}{۵}U_۱$$

$$\Rightarrow U_۲=\frac{۴}{۵}\times۲۰=۱۶\mu J$$

$$\Rightarrow \Delta U=U_۲-U_۱=۱۶-۲۰=-۴\mu J$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۳۲ تا ۳۷)

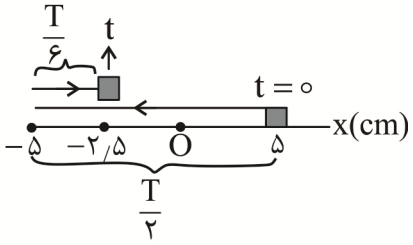
۴۲. گزینه ۴ درست است.

روش اول: گام اول: دوره و دامنه نوسان را حساب می‌کنیم:

$$t=nT\rightarrow ۳۰(s)=\frac{۱۲۰}{۲}\times T\rightarrow T=۰/۵s$$

$$A=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$$

گام دوم: مطابق شکل باید بازهٔ زمانی صفر تا t را مشخص کنیم.



با توجه به اینکه $t=\frac{T}{۲}+\frac{T}{۶}=\frac{۴T}{۶}$ است، می‌توان نوشت:

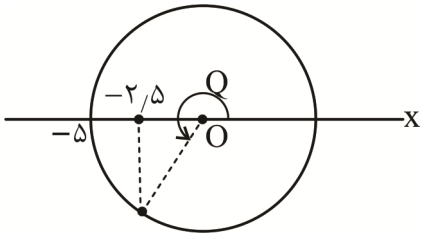
$$t=\frac{۴T}{۶}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۳}s$$

روش دوم: از معادلـه $x=A\cos\omega t$ اسـتفاده مـی‌کنـیم. پـس از محاسـبه $T=۰/۵s$ و $A=۲/۵cm$ داریم:

$$x=-۲/۵\rightarrow -۲/۵=۵\cos\frac{۲\pi}{۰/۵}t\rightarrow -\frac{۱}{۲}=\cos۴\pi t$$

$$\xrightarrow{\cos(\pi+\frac{\pi}{۳})=-\frac{۱}{۲}}\cos(\pi+\frac{\pi}{۳})=\cos۴\pi t$$

$$\pi+\frac{\pi}{۳}=۴\pi t\rightarrow t=\frac{۱}{۳}s$$



(فیزیک ۳ - صفحات ۶۲ تا ۶۴)

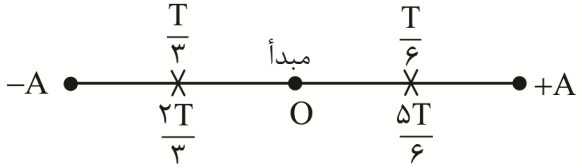
۴۳. گزینه ۳ درست است.

با توجه به نمودار، ابتدا دوره تناوب نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۵}{۴}T=۰/۲۵\Rightarrow T=۰/۲s$$

پس در واقع حداکثر تندی متوسط در کمتر از یک دوره تناوب و کمتر از یک نوسان کامل مورد توجه است.

$$x = A\cos\frac{۲\pi}{T}t = \pm\frac{۱}{۲}A \Rightarrow t = \begin{cases} \frac{T}{۶} \\ \frac{T}{۳} \\ \frac{۲T}{۳} \\ \frac{۵T}{۶} \end{cases}$$



سرعت نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه بوده و لذا حداکثر تندی متوسط نیز هنگامی رقم می‌خورد که نوسان حول این نقطه صورت بگیرد و از نقاط بازگشت که در محدوده آن تندی نوسانگر کمینه است، عبور نکنیم:

$$\left.\begin{array}{l} \ell = ۵\,cm \\ \Delta t = \frac{T}{۶} = \frac{۱}{۳۰}s \end{array}\right\} \Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = ۱۵۰\,\frac{cm}{s}$$

در صورت بررسی تندی متوسط در مسیرهای دیگر نیز مشاهده می‌کنید مقدار فوق از آن‌ها بزرگ‌تر است.

(فیزیک ۳ - صفحات ۶۲ تا ۶۴)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: با استفاده از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$، بسامد زاویه‌ای نوسان‌های وزنه را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[m=۱kg]{k=۱۰۰\frac{N}{m}} \omega = ۱۰\,\frac{rad}{s}$$

گام ۲: معادله مکان ـ زمان نوسانگر را می‌نویسیم.

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow{A=\frac{\text{طول پاره‌خط}}{۲}=۱۰\,cm} x = ۱۰\cos ۱۰\,t$$

$$t = \frac{\pi}{۳}s \rightarrow x = ۱۰\cos(\frac{۱۰\pi}{۳}) \quad x = -۵\,cm$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۶۲ تا ۶۵)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به رابطه دوره نوسان آونگ ساده داریم:

$$T = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow \Delta t = NT$$

پس:

$$\Delta t_A = \Delta t_B \Rightarrow N_A T_A = N_B T_B \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{T_B}{T_A}\ (*)$$

گام دوم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}\times\frac{g_A}{g_B}}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{N_A}{N_B} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}\times\frac{g_A}{g_B}} \xrightarrow{g_B=\frac{۱}{۴}g_A} \frac{۲}{۳} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}\times\frac{g_A}{\frac{۱}{۴}g_A}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{۴}{۹} = \frac{L_B}{L_A}\times ۴$$

$$\Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{۱}{۹}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۶۷ و ۶۸)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: با نوشتن رابطه بین انرژی‌ها $(E = U + K)$، رابطه بین v_{max} و v را به‌دست می‌آوریم.

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = ۲K$$

$$\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} = ۲(\frac{۱}{۲}mv^{۲}) \Rightarrow v_{max} = v\sqrt{۲}$$

گام ۲: با استفاده از فرمول $(v_{max} = A\omega)v_{max}$ و جایگذاری مقدار v را محاسبه می‌کنیم.

$$v_{max} = v\sqrt{۲} \xrightarrow[\omega=\frac{۲\pi}{T}]{v_{max}=A\omega} A(\frac{۲\pi}{T}) = v\sqrt{۲}$$

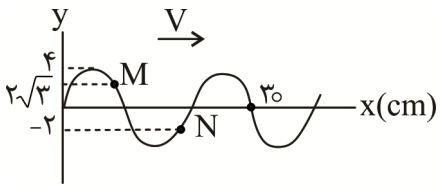
$$۸(\frac{۲\pi}{۴\pi}) = v\sqrt{۲}$$

$$v = ۲\sqrt{۲}\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۶۶ و ۶۷)

۴۷. گزینه ۳ درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:



الف) چون موج به طرف راست حرکت می‌کند، ذرهٔ M تحت تأثیر قلهٔ قبل از خودش به طرف بالا در حرکت است. و ذرهٔ N تحت تأثیر ذرهٔ قبل از خودش به طرف پایین حرکت می‌کند. (درست)

ب) با توجه به اینکه شتاب هر ذرهٔ نوسانگر ساده، متناسب با فاصلهٔ نوسانگر تا نقطه تعادل است، $(a = -\omega^{۲}x)$ و چون $|y_N| = ۲cm$ و $y_M = ۲\sqrt{۳}cm$ است نتیجه می‌گیریم $a_M > a_N$ است. (درست)

پ) با توجه به اینکه $۳\frac{\lambda}{۲} = ۳۰cm$ است، نتیجه می‌گیریم $\lambda = ۲۰cm$ است و دورهٔ موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \qquad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۰/۲}{۱۰} = ۰/۰۲s$$

لحظه $t = ۰/۰۱s$ برابر $\frac{T}{۲}$ است و می‌دانیم در مدت $\frac{T}{۲}$ مکان و سرعت ذره قرینه می‌شوند پس باید ذره در مکان $x = ۲cm$ و در جهت مثبت محور باشد که حرکتش به‌صورت کندشونده خواهد بود. (درست)

ت) از رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۰/۰۲}=۵۰} \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} \times \frac{f_۱}{f_۲} \xrightarrow[f_۲=۱۰۰]{v_۱=v_۲} \frac{\lambda_۲}{۲۰} = \frac{۵۰}{۱۰۰} \rightarrow \lambda_۲ = ۱۰cm$$

یعنی فاصله دو قله متوالی که برابر طول موج است برابر $۱۰cm$ می‌شود. (نادرست)

(فیزیک ۳ - صفحات ۷۰ و ۷۱)

۴۸. گزینه ۴ درست است.

از رابطه $v = \sqrt{\frac{F\ell}{m}}$ استفاده می‌کنیم.

چون $m_۱ = m_۲$ و $\ell_۱$ و $\ell_۲ = ۱/۲۱$ و $F_۲ = ۴F_۱$ است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{F_۲}{F_۱} \times \frac{\ell_۲}{\ell_۱} \times \frac{m_۱}{m_۲}}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{۴\cancel{F_۱}}{\cancel{F_۱}}\times\frac{۱/۲۱\ell_۱}{\ell_۱}}=۲\times۱/۱=۲/۲\rightarrow v_۲=۲/۲v_۱$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۷۰ تا ۷۴)

۴۹. گزینه ۳ درست است.

$$\text{شکل}\Rightarrow ۳\frac{\lambda}{۴}=۶۰\,cm\Rightarrow\lambda=۸۰\,cm$$

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{۱۰}{۰/۸}=۱۲/۵\,Hz$$

$$\omega=۲\pi f=۲\pi\times۱۲/۵=۲۵\pi\,\frac{Rad}{s}$$

$$\text{کمان طی شده}=\omega\cdot t=۲۵\pi\times\frac{۴}{۱۰۰}=\pi\,Rad$$

با طی شدن کمان π، تمامی ذرات محیط نصف نوسان کامل و مسافتی به اندازهٔ ۲ برابر دامنه طی می‌کنند و مکان اولیه نقطه M اهمیتی ندارد.

$$\ell=۲A=۲\times۴=۸cm=۰/۰۸m$$

$$S_{aV}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۰/۰۸}{۰/۰۴}=۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۷۰ و ۷۱)

۵۰. گزینه ۲ درست است.

آهنگ متوسط انتقال انرژی با مجذور دامنه و مجذور فرکانس متناسب است. لذا به کمک داده‌های مسأله ابتدا نسبت فرکانس و نسبت دامنه را تعیین می‌کنیم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\underset{\text{برابر}}{\frac{۱}{۲}}\leftarrow f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\begin{cases}\nearrow\frac{۱}{۲}\ \text{برابر}\\ \searrow ۲\end{cases}$$

سرعت نوسانگر هنگام گذر از مبدأ بیشینه است:

$$v_{max}=A\cdot\omega\Rightarrow\underset{\downarrow\text{برابر}۲}{v_{max}}=\underset{\downarrow\text{برابر}۴}{A}\times۲\pi\underset{\downarrow\text{برابر}\frac{۱}{۲}}{f}$$

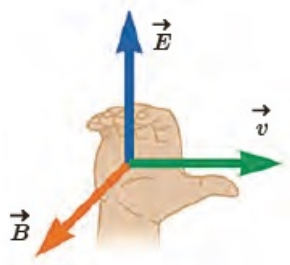
در ادامه نسبت آهنگ متوسط انتقال انرژی در هر نقطه از طناب را تعیین می‌کنیم.

$$\underset{\downarrow\text{برابر}۴}{P_{av}}\propto\underset{\downarrow}{A^{۲}}\cdot\underset{\downarrow}{f^{۲}}$$
$$(۴)^{۲}\quad(\frac{۱}{۲})^{۲}$$

آهنگ متوسط انتقال انرژی ۴ برابر می‌شود.

(فیزیک ۳ - صفحات ۷۱ ، ۷۲، ۶۵)

۵۱. گزینه ۳ درست است.



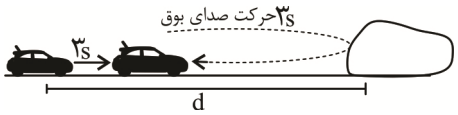
طبق قاعده دست راست اگر ۴ انگشت دست راست در جهت میدان الکتریکی $(\vec{E})$ و کف دست در جهت میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ باشد، انگشت شصت دست راست جهت انتشار موج عرضی $(\vec{v})$ را نشان می‌دهد.

بر این اساس گزینه (۳) درست است.

این قاعده (قاعده دست راست) در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ به‌درستی رعایت نشده است.

(فیزیک ۳ - صفحات ۷۴ و ۷۵)

۵۲. گزینه ۳ درست است.



$$\Delta x_{\text{بوق}} + \Delta x_{\text{خودرو}} = ۲۵ \Rightarrow vt_{\text{بوق}} + vt_{\text{خودرو}} = ۲d$$
$$\Rightarrow ۲d = ۳۴۰\times۳ + ۴۰\times۳ \Rightarrow d = ۵۷۰\,m$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۷۷ و ۷۸)

۵۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: در حالت اول داریم:

$$\beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}$$

و برای حالت دوم داریم:

$$\beta_۲ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰}$$

$$\rightarrow \Delta\beta = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

چون شدت صوت متناسب با مجذور بسامد و وارون مجذور فاصله تا چشم است، داریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{f_۲}{f_۱})^۲\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ = (\frac{۳f_۱}{f_۱}\times\frac{۱۰}{۱۰۰})^۲ = \frac{۹}{۱۰۰}$$

$$\Delta\beta = ۱۰\log\frac{۹}{۱۰۰} = ۱۰(\log۹ - \log۱۰۰) = ۱۰\log۳^۲ - \log۱۰^۲ = ۱۰(۲\log۳ - ۲\log۱۰)$$

$$\xrightarrow{\log۳\simeq۰/۴۷} \Delta\beta = ۱۰(۲\times۰/۴۷ - ۲) \Rightarrow \Delta\beta = -۱۰/۶\,dB$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۸۰ و ۸۱)

۵۴. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با استفاده از رابطهٔ زیر نسبت شدت صوت در محل صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{P_۲}{P_۱}\times(\frac{r_۱}{r_۲}) \xrightarrow{P_۲=P_۱} \frac{I_۲}{I_۱} = ۱\times(\frac{۳}{۹})^۲ = \frac{۱}{۹}$$

گام دوم: حال با استفاده از رابطهٔ زیر انرژی رسیده به صفحه $A_۱$ را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{E}{A\cdot t} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{E_۲}{E_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\times\frac{t_۱}{t_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۹} = \frac{۴۸۰}{E_۱}\times\frac{۳}{۱۲}\times\frac{۲۰}{۱۲۰} \Rightarrow E_۱ = ۱۸۰\,\mu J$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۸۰ و ۸۱)

۵۵. گزینه ۴ درست است.

طول موج دریافتی توسط شنونده تنها به حرکت منبع صوت وابسته بوده و قطعاً با حرکت منبع، تغییر می‌کند.

فرکانس دریافتی توسط شنونده در صورتی تغییر می‌کند که شنونده به منبع نزدیک یا دور شود. اگر شنونده و منبع هر دو به یک اندازه و جهت سرعت حرکت کنند، فاصله آن‌ها از یکدیگر تغییری نکرده و در این صورت فرکانس دریافتی توسط شنونده تغییری نمی‌کند. پس نمی‌توانیم با قطعیت درباره تغییر فرکانس صحبت کنیم و ممکن است ثابت بماند.

(فیزیک ۳ - صفحات ۸۲ و ۸۳)

شیمی

۵۶. گزینه ۳ درست است.

$_{۵۰}Sn$، $_{۱۶}S$ و $_{۳۲}Ge$ به‌ترتیب فلز، نافلز و شبه‌فلز هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست است؛ زیرا خواص فیزیکی شبه‌فلزها، شبیه فلزها است. (ص ۷)

۲) نادرست است؛ زیرا نخستین عنصر دورهٔ سوم جدول که نماد تک‌حرفی دارد، فسفر (P) است که یک نافلز است و رسانایی الکتریکی ندارد. (ص ۸)

۴) نادرست است؛ زیرا سدیم بیشترین خصلت فلزی را در دورهٔ سوم دارد نه گروه اول. (شیمی ۲- صفحات ۷ تا ۹)

۵۷. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا شعاع اتمی عنصرهای گروه اول از گروه دوم بزرگ‌تر است.

ب) درست است. E، لیتیم است و A بریلیم. پس خصلت فلزی E از A بیشتر است.

پ) نادرست است؛ زیرا X سومین عنصر گروه ۲ جدول تناوبی است $(_{۲۰}Ca)$ که شعاع بزرگ‌تری از عنصر A $(_{۴}Be)$ دارد و تمایل آن به از دست دادن الکترون و تشکیل کاتیون بیشتر است.

ت) درست است. عدد اتمی D، E به‌ترتیب ۱۱ و ۳ است که تفاوت آن‌ها ۸ واحد است، اما عدد اتمی X و A به‌ترتیب ۲۰ و ۴ است که تفاوت آن‌ها ۱۶ واحد است.

(شیمی ۲ - ص ۱۰)

۵۸. گزینه ۲ درست است.

مورد اول درست است. به‌طور کلی در یک گروه فلزهایی که شعاع بزرگ‌تری داند، آسان‌تر الکترون از دست می‌دهند و فعالیت شیمیایی بیشتر از فلزات با شعاع کوچک دارند.

مورد دوم درست است. در گروه ۱۷ (چون نافلز هستند) با افزایش شعاع، جاذبهٔ هسته روی الکترون‌های لایه آخر کم می‌شود و تمایل عنصر به گرفتن الکترون کاهش می‌یابد.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا عنصرهای گروه دوم، آخرین زیرلایهٔ $ns^۲$ دارند. مثل $۲s^۲$، $۳s^۲$، $۴s^۲$ و ... که جمع $n+l$ این زیرلایه به‌ترتیب برابر ۲، ۳، ۴ و ... است.

مورد چهارم درست است. فعال‌ترین نافلز جدول، فلوئور $(_{۹}F)$ است که دارای بیش‌ترین خصلت نافلزی و کوچک‌ترین شعاع اتمی در گروه ۱۷ است.

(شیمی ۲ - ص ۱۲)

۵۹. گزینه ۱ درست است.

مورد اول درست است. عنصری که آخرین زیرلایهٔ آن $۵p^۵$ است، عنصر ید $(_{۵۳}I)$ از گروه ۱۷ جدول تناوبی است. این عنصر به دورهٔ ۵ تعلق دارد و شعاع آن از Si (دورهٔ سوم) بزرگ‌تر است. (ص ۱۴)

مورد دوم نادرست است؛ زیرا ید در دمای بالاتر از $۴۰۰^\circ C$ با هیدروژن واکنش می‌دهد. (ص ۱۴)

مورد سوم نادرست است؛ زیرا ترکیب هیدروژن‌دار این عنصر، هیدروژن یدید (HI) است که نقطهٔ جوش پایین‌تری از آب دارد.

مورد چهارم درست است. حالت فیزیکی ید در دمای اتاق جامد است.

مورد پنجم درست است. چون آرایش زیرلایهٔ آخر آن $۵p^۵$ است. زیرلایه‌های قبل از $۵p^۵$ همه پر شده‌اند. ($۳d^{۱۰}$، $۴d^{۱۰}$ پر شده هستند.)

(شیمی ۲ - ص ۹ تا ۱۴)

۶۰. گزینه ۴ درست است.

$$Fe_۲O_۳(s)+۶Na(s)\rightarrow ۲Fe(s)+۳Na_۲O(s)$$

نادرست است. مجموع ضرایب $۱۲ = ۳ + ۲ + ۶ + ۱$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست است.

$$_{۲۶}XCl_۳ \rightarrow {}_{۲۶}X^{۳+}$$

$$_{۲۶}X:[Ar]۳d^۶ ۴s^۲ \xrightarrow{-۳e^-} {}_{۲۶}X^{۳+}:[Ar]۳d^۵$$

۲) درست است.

$$_{۲۴}M:[Ar]۳d^۵ ۴s^۱ \xrightarrow{-۳e^-} {}_{۲۴}M^{۳+}:[Ar]\underbrace{۳d^۳}$$

$$\left.\begin{matrix} n=۳ \\ l=۲ \end{matrix}\right\} \rightarrow n+l=۵ \Rightarrow ۵\times ۳e^- = ۱۵e^-$$

۳) درست است.

$$FeCl_۲ + ۲NaOH \rightarrow Fe(OH)_۲ + ۲NaCl$$

$$FeCl_۳ + ۳NaOH \rightarrow Fe(OH)_۳ + ۳NaCl$$

(شیمی ۲- ص ۱۸)

۶۱. گزینه ۳ درست است.

نخست معادلهٔ واکنش موازنه شود:

$$۲B_۵H_۹(l) + ۱۲O_۲(g) \rightarrow ۵B_۲O_۳(s) + ۹H_۲O(g)$$

$$B_۵H_۹ \text{ جرم مولی} = ۶۴g.mol^{-۱}$$

$$۱۶gB_۵H_۹ \times \frac{۱molB_۵H_۹}{۶۴gB_۵H_۹} \times \frac{۵molB_۲O_۳}{۲molB_۵H_۹} \times \frac{۷۰gB_۲O_۳}{۱molB_۲O_۳} = ۴۳/۷۵gB_۲O_۳$$

$$۱۶gB_۵H_۹ \times \frac{۱molB_۵H_۹}{۶۴gB_۵H_۹} \times \frac{۹molH_۲O}{۲molB_۵H_۹} \times \frac{۱۸gH_۲O}{۱molH_۲O} = ۲۰/۲۵gH_۲O$$

$$\text{تفاوت جرم} = ۴۳/۷۵ - ۲۰/۲۵ = ۲۳/۵g$$

$$\text{بازدهٔ درصدی واکنش} = \frac{۱۸/۸}{۲۳/۵} \times ۱۰۰ = \%۸۰$$

(شیمی ۲ - ص ۲۵)

۶۲. گزینه ۱ درست است.

$$۵/۶litCO_۲ \times \frac{۱molCO_۲}{۲۲/۴litCO_۲} \times \frac{۱molCaCO_۳}{۱molCO_۲} \times \frac{۱۰۰gCaCO_۳}{۱molCaCO_۳} = ۲۵gCaCO_۳$$

$$۲۵g \times \frac{۱۰۰}{۸۰} = ۳۱/۲۵gCaCO_۳$$

$$\text{درصد خلوص } CaCO_۳ = \frac{۳۱/۲۵g}{۱۲۵g} \times ۱۰۰ = \%۲۵$$

(شیمی ۲ - ص ۲۶)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

الف) نادرست است؛ زیرا بازیافت، باعث تولید گاز گلخانه‌ای کمتری می‌شود.

ب) نادرست است؛ زیرا در مولکول HCN پیوند سه‌گانه میان اتم‌های کربن و نیتروژن است. $(H-C\equiv N)$

پ) درست است. آلکان‌ها $۳n+۱$ پیوند کووالانسی دارند. آلکانی با ۲۵ پیوند کووالانسی $(۳n+۱=۲۵, n=۸)$ دارای ۸ اتم کربن است. $(C_۸H_{۱۸})$ پس نقطهٔ جوش، گرانروی و قدرت نیروی بین مولکولی بیشتری از $C_۶H_{۱۴}$ دارد.

ت) درست است. این ایزومری $C-C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C$ است.

(شیمی ۲ - ص ۳۸)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

درصد جرمی کربن در آلکان‌ها از رابطه $\frac{۱۲n}{۱۴n+۲}\times ۱۰۰$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{۱۲n}{۱۴n+۲}\times ۱۰۰=۸۴ \qquad n=۷\rightarrow C_۷H_{۱۶} \quad \text{(هپتان)}$$

هپتان $(C_۷H_{۱۶})$ در مجموع $۷+۱۶=۲۳$ اتم دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست است؛ زیرا نام این آلکان چنین است:

۵، ۵ دی اتیل – ۲- متیل هپتان

۲) نادرست است؛ زیرا فرمول مولکولی و فرمول ساختاری این دو آلکان یکسان است؛ پس ایزومر نیستند در اصل یک ترکیب هستند.

(۳، ۴- دی‌اتیل - ۵- متیل هپتان)

۴) نادرست است.

$C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C-C$ ۲- متیل پنتان

$C-C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C$ ۳- متیل پنتان

(شیمی ۲ - صفحات ۳۸ و ۳۹)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

آلکن $+H_۲\xrightarrow{Ni}$ آلکان

$$C_nH_{۲n}+H_۲\xrightarrow{Ni}C_nH_{۲n+۲}$$

جرم مولی آلکن $۱۴n$ و جرم مولی هیدروژن، ۲ گرم است. چون هر مول آلکن با یک مول هیدروژن واکنش می‌دهد.

آلکن‌ها به‌اندازهٔ $\frac{۲}{۱۴n}$ درصد جرم خود با هیدروژن واکنش می‌دهند.

$$\frac{۲}{۱۴n}\times ۱۰۰=۳/۵۵\rightarrow n=۴\rightarrow C_۴H_۸ \quad \text{(بوتن)}$$

$$C_۴H_۸+Br_۲\rightarrow C_۴H_۸Br_۲$$

$$۱۴g\,C_۴H_۸\times\frac{۱mol\,C_۴H_۸}{۵۶g\,C_۴H_۸}\times\frac{۱mol\,Br_۲}{۱mol\,C_۴H_۸}\times\frac{۱۶۰g\,Br_۲}{۱mol\,Br_۲}=۴۰g\,Br_۲$$

(شیمی ۲ - ص ۴۱)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

سوختن کامل آلکان‌ها : $\underbrace{C_nH_{۲n+۲}}_{(۱۴n+۲)g}+\frac{۳n+۱}{۲}O_۲\rightarrow nCO_۲+\underbrace{(n+۱)H_۲O}_{۱۸n+۱۸g}$

هر $۱۴n+۲$ گرم آلکان در سوختن کامل، $۱۸n+۱۸$ گرم آب تولید می‌کند. در اینجا ۶۴/۵ گرم آلکان، ۹۴/۵ گرم آب تولید کرده است، پس $n=۶$ می‌شود، یعنی آلکان مورد نظر هگزان است. $(C_۶H_{۱۴})$ بنابراین $x=۶$ و $y=۱۴$ است.

هگزان دارای ۵ ایزومر است $(z=۵)$ بنابراین $x+y+z=۶+۱۴+۵=۲۵$ است.

(شیمی ۲ - ص ۳۸)

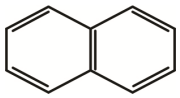
۶۷. گزینه ۴ درست است.

مورد اول نادرست است؛ زیرا سیکلوهگزان دارای ۶ پیوند $C-C$ و ۱۲ پیوند $C-H$ است. اما هپتان (C_7H_{16}) دارای ۶ پیوند $C-C$ و ۱۴ پیوند $C-H$ است.

مورد دوم درست است. درصد جرمی کربن در بنزن (C_6H_6) با درصد جرمی کربن در اتین (C_2H_2) برابر است، زیرا فرمول ساده شدهٔ این دو ترکیب یکسان است.

بنزن $C_6H_6 \xrightarrow{\div 6} CH$

اتین $C_2H_2 \xrightarrow{\div 2} CH$

مورد سوم درست است. نفتالن  ۵ پیوند دوگانه $C=C$ دارد و نقطهٔ جوش بالاتری از بنزن مایع و سیکلوهگزان مایع دارد.

مورد چهارم نادرست است؛ زیرا اساس جداسازی هیدروکربن‌های نفت خام، تفاوت در نقطهٔ جوش آن‌ها است.

مورد پنجم درست است. به‌ازای هر حلقه، ۲ اتم هیدروژن و به‌ازای هر پیوند دوگانه نیز ۲ اتم هیدروژن از آلکان مورد نظر کم می‌شود. این ترکیب ۲ حلقه دارد. (۴ اتم H) و ۲ پیوند دوگانه (۴ اتم H) در مجموع ۸ اتم H آن آلکان مورد نظر کم می‌شود.

$C_{15}H_{32} \xrightarrow{-8H} C_{15}H_{24}$

(شیمی ۲ - صفحات ۴۳ و ۴۴)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

تنها عبارت چهارم درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت اول نادرست است؛ زیرا SiO_2 که بیشترین درصد جرمی را در بین اجزای خاک رس دارد، جامدی کووالانسی و نامحلول در آب است.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا خاک رس خاصیت بازی دارد، زیرا اکسیدهای فلزی در مخلوط آن وجود دارد. پس با حل کردن مقداری خاک رس در آب، pH آب افزایش می‌یابد.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا Fe_2O_3 عامل سرخ‌فام بودن خاک رس است. این ماده ترکیبی یونی است و برای مواد یونی از واژهٔ مولکول استفاده نمی‌شود.

(شیمی ۳ - صفحات ۶۶ و ۶۷)

۶۹. گزینه ۲ درست است.

تنها عبارت (ب) درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا از دو عنصر کربن و سیلیسیم یون تک‌اتمی شناخته نشده است. این دو عنصر دارای یون‌های چند اتمی هستند.

پ) نادرست است؛ زیرا ساختار سیلیس با ساختار کربن‌دی‌اکسید متفاوت است.

ت) نادرست است؛ زیرا کوارتز نمونه خالص و ماسه نمونه ناخالص سیلیس است. (نه سیلیسیم)

(شیمی ۳ - صفحات ۶۸ و ۶۹)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

ساختار (۱) مربوط به الماس و ساختار (۲) مربوط به گرافیت است.

به هر کدام از لایه‌های گرافیت، گرافن می‌گویند که شفاف و انعطاف‌پذیر است و یک گونه شیمیایی دوبعدی محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست است؛ زیرا گرافیت نسبت به الماس پایدارتر است و سطح انرژی پایین‌تری دارد.

۲) نادرست است؛ زیرا چگالی الماس از چگالی گرافیت بالاتر است و هر دو در آب فرو می‌روند.

۳) نادرست است؛ زیرا الماس یک جامد کووالانسی با چینش سه‌بعدی محسوب می‌شود.

(شیمی ۳ - صفحات ۶۹ و ۷۰)

۷۱. گزینه ۲ درست است.

اغلب ترکیب‌های آلی مثل نفتالن و پلی وینیل‌کلرید ترکیب مولکولی به‌شمار می‌روند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست است؛ زیرا همه ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتاق مایع هستند جزو مواد مولکولی محسوب می‌شوند. (جیوه یک عنصر است که در دما و فشار اتاق مایع است و یک فلز محسوب می‌شود.)

۳) نادرست است؛ زیرا عدد اکسایش کربن در $CHCl_3$ برابر $+2$ است. عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول -1 و -3 است.

۴) نادرست است؛ زیرا SO_2 ترکیبی قطبی و SO_3 ترکیبی ناقطبی است.

(شیمی ۳ - صفحات ۷۱ تا ۷۵)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

در واکنش وانادیم (V) با فلز روی، وانادیم (V) عامل اکسنده است و عدد اکسایش آن با پیشرفت واکنش از $+5$ به $+4$، $+3$ و $+2$ می‌رسد که در این مراحل رنگ اولیه محلول که زرد است به سبز، آبی و بنفش تبدیل می‌شود. با توجه به این که طول موج این رنگ‌ها به‌صورت زیر مقایسه می‌شود. می‌توان نمودار A را به‌عنوان نمودار تقریبی تغییرات طول موج این رنگ‌ها انتخاب کرد.

زرد > سبز > آبی > بنفش: طول موج

(شیمی ۳ - صفحه ۸۴)

۷۳. گزینه ۱ درست است.

عنصرهای A، B، C و D به‌ترتیب $_{13}Al$ ، $_{20}Ca$ ، $_9F$ و $_8O$ هستند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

الف) درست است. چگالی بار Al^{3+} از چگالی بار Ca^{2+} بزرگ‌تر است، زیرا نسبت بار به شعاع آن بیشتر است.

ب) درست است. از نظر شعاع اتمی، مقایسه $_9F < _8O$ و از نظر شعاع یونی، مقایسه $_9F^- < _8O^{2-}$ درست است.

پ) نادرست است؛ زیرا با توجه به یون‌های ایجادشده، نقطه ذوب Al_2O_3 از سایر ترکیب‌های یونی دوتایی ایجاد شده بیشتر است.

ت) نادرست است؛ زیرا در ترکیب مولکولی OF_2 عدد اکسایش اکسیژن برابر $+2$ است.

(شیمی ۳ - صفحات ۷۸ تا ۸۰)

۷۴. گزینه ۴ درست است.

گرمای لازم برای فروپاشی ۱۱/۷ گرم سدیم‌کلرید برابر است با:

$$11/7\,g\,NaCl \times \frac{1\,mol\,NaCl}{58/5\,g\,NaCl} \times \frac{787\,kJ}{1\,mol\,NaCl} = 157/4\,kJ$$

جرم منیزیم‌فلوئورید لازم برای فروپاشی و مصرف این مقدار انرژی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$157/4\,kJ \times \frac{1\,mol\,MgF_2}{2965\,kJ} \times \frac{62\,g\,MgF_2}{1\,mol\,MgF_2} \simeq 3/29\,g\,MgF_2$$

(شیمی ۳ - صفحات ۸۰ و ۸۱)

۷۵. گزینه ۲ درست است.

مقایسه‌های انجام‌شده در موارد (ب)، (پ)، (ت) و (ث) درست هستند.

الف) نادرست است؛ زیرا آنتالپی فروپاشی K_3N از KNO_3 بیشتر است، زیرا بار یون N^{3-} بیشتر از بار یون NO_3^- است.

ج) نادرست است؛ زیرا آنتالپی فروپاشی AlF_3 از MgO بیشتر است. (شعاع Al^{3+} کوچک‌تر از Mg^{2+} و شعاع F^- کوچک‌تر از شعاع O^{2-} است.)

(شیمی ۳ - صفحات ۷۸ تا ۸۰)

۷۶. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. اوزون مولکولی قطبی است و مانند کربونیل‌سولفید (SCO) در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. (اکسیژن مولکولی ناقطبی است.)

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا گرافن ساختاری دوبعدی دارد.
عبارت سوم درست است؛ زیرا در H_2S اتم گوگرد دارای جزئی بار منفی و در SO_2 اتم گوگرد دارای جزئی بار مثبت است.
عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی NF_3، اتم نیتروژن را با رنگ آبی و فلوئورها را با رنگ قرمز نمایش می‌دهند.
(شیمی ۳ - صفحات ۷۳ تا ۷۶)

۷۷. گزینه ۴ درست است.

HF یک ترکیب مولکولی است که در شرایط استاندارد فاصله دمای ذوب و دمای جوش آن حدود $102\,^{\circ}C$ است که این اختلاف در مورد آب $100\,^{\circ}C$ است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
۱) نادرست است؛ زیرا شاره A، سدیم‌کلرید است که یک ترکیب یونی محسوب می‌شود.
۲) نادرست است؛ زیرا B منبع ذخیره انرژی گرمایی است.
۳) نادرست است؛ زیرا سدیم‌کلرید مذاب وارد سردکننده نمی‌شود، بلکه بخار آب پس از به حرکت درآوردن توربین به سردکننده منتقل می‌شود تا دوباره در چرخه تولید بخار قرار گیرد.
(شیمی ۳ - صفحات ۷۶ تا۷۸)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست است. مقایسه شعاع یون‌ها به‌صورت $Na^+ < K^+ < Cl^-$ است، پس اختلاف شعاع یون‌ها در سدیم‌کلرید بیشتر از پتاسیم‌کلرید است.

۲) نادرست است. مقایسه شعاع یون‌ها به‌صورت $Mg^{2+} < Na^+ < S^{2-} < P^{3-}$ است، پس اختلاف شعاع یون‌ها در منیزیم‌فسفید بیشتر از سدیم‌سولفید است.

۳) درست است. مقایسه شعاع یون‌ها به‌صورت $Ca^{2+} < F^- < K^+ < O^{2-}$ است، پس اختلاف شعاع یون‌ها در کلسیم‌اکسید بیشتر از پتاسیم‌فلوئورید است.

۴) نادرست است. مقایسه شعاع یون‌ها به‌صورت $Mg^{2+} < Ca^{2+} < O^{2-}$ است. پس تفاوت شعاع یون‌ها در منیزیم‌اکسید بیشتر از کلسیم‌اکسید است. (شیمی ۳ - صفحات ۷۹ تا ۸۲)

۷۹. گزینه ۴ درست است.

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.
بررسی سایر عبارت‌ها:
الف) نادرست است؛ زیرا از مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی خواص فیزیکی فلزات استفاده می‌شود.
پ) نادرست است؛ زیرا فلزات دستهٔ s (گروه اول و دوم) در ترکیبات خود فقط یک نوع عدد اکسایش دارند.
ث) نادرست است؛ زیرا در مدل دریای الکترونی فقط الکترون‌های ظرفیت دخالت دارند.
(شیمی ۳ - صفحات ۸۰ تا ۸۴)

۸۰. گزینه ۱ درست است.

همه عبارت‌های داده‌شده درست هستند.
عبارت اول درست است. نیتینول آلیاژی از $_{28}Ni$ و $_{22}Ti$ است که اختلاف عدد اتمی آن‌ها با عدد اتمی $_6C$ برابر است که عنصری از دسته p است.
عبارت دوم درست است. عدد اکسایش تیتانیم در TiO_2 برابر $+4$ است.
عبارت سوم درست است. چگالی فولاد از تیتانیم بیشتر است، پس در جرم برابر، حجم فولاد کمتر است.
عبارت چهارم درست است. نقطه جوش دی‌متیل اتر از پروپان بیشتر است و در شرایط یکسان آسان‌تر مایع می‌شود.
(شیمی ۳ - صفحات ۸۰ تا ۸۵)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

برگزاری آزمون جامع هدف

ویژه مرحله اول کنکور سراسری اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

کنکوری ها

- آشنایی داوطلبان با شیوه برگزاری کنکور سراسری دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی
- ارزیابی معلومات مکتسبه داوطلبان در زمینه دروس اختصاصی
- آشنایی و آماده سازی داوطلب برای حضور و کاهش اضطراب حضور در جلسه برگزاری آزمون

صدای داوطلب ۴۲ ۹۶۶ -۰۲۱ | ثبت نام گروهی دبیرستان‌ها ۳- ۷۹۱ ۴۴ ۸۸۸ -۰۲۱

sanjeshserv.ir | sanjesheducationgroup | sanjeshserv