



آزمون ۹ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله هفتم (۱۴۰۲/۱۲/۰۴)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

$$f'(x) = 5 \times \left(\frac{-6}{(2\sin(2x) - 4)^2} \right) \times (2 \times \cos(2x)) \times \left(\frac{\sin(2x) + 1}{2\sin(2x) - 4} \right)^4$$

$$f'(0) = 5 \times -\frac{6}{16} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1024} = \frac{-15}{1024}$$

۲. گزینه ۲ درست است.

$$g(f(x)) = x + \sqrt{x} \xrightarrow{\text{مشتق از طرفین}} f'(x) \times g'(f(x)) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow f'(x) \times \frac{4}{f(x)} = \frac{2\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x}}$$

$$\rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x}} \rightarrow \left(\frac{f'(x)}{f(x)} \right)' = \frac{-1}{2\sqrt{x}} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow \left(\frac{f'(x)}{f(x)} \right)' \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{-1}{16} \times \frac{1}{1} = \boxed{-\frac{1}{16}}$$

۳. گزینه ۱ درست است.

$$f(x) = (2x - 1) \times (x + 1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = 2 \times (x + 1)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} (x + 1)^{-\frac{2}{3}} \times (2x - 1)$$

$$f''(x) = \frac{2}{3} (x + 1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9} (x + 1)^{-\frac{5}{3}} (2x - 1) + \frac{2}{3} (x + 1)^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''(-2) = \frac{2}{3} - \frac{10}{9} + \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

۴. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = x \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 1 \\ f'(1) = 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2f(\frac{1}{2}x + 1) - 2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times \frac{1}{2} \times f'(\frac{1}{2}x + 1)}{3} = \frac{f'(1)}{3} = \frac{1}{3}$$

۵. گزینه ۴ درست است.

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(\frac{1}{3}) - f(\frac{1}{9})}{\frac{1}{3} - \frac{1}{9}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{9}} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{2}{9}} = \frac{9}{4}$$

$$\cancel{x} \times \frac{2 - 2a}{\cancel{x} \sqrt{2 + 2a - a^2}} = \frac{1}{\cancel{x}}$$

$$\sqrt{2 + 2a - a^2} = 2 - 2a \rightarrow -a^2 + 2a + 2 = 4a^2 - 4a + 4$$

$$5a^2 - 10a + 2 = 0$$

$$\Delta = 60 \rightarrow a = \frac{10 \pm 2\sqrt{15}}{10} = \frac{5 \pm \sqrt{15}}{5}$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{15}}{5} \quad \text{ق ق}$$

۶. گزینه ۴ درست است.

حاصل حد برابر $\frac{0}{0}$ است؛ پس:

به کمک مشتق از عامل صفرشونده $(x^2 + 2x - 3)$:

$$f'(1) = \frac{2x+2}{\log_2^{2x+14}} = \frac{4}{4} = 1 \rightarrow f'(-3) = \frac{-4}{3}$$

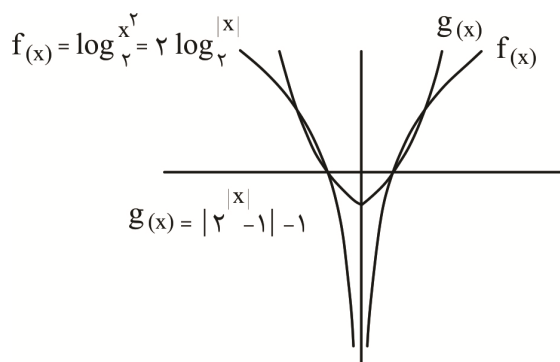
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2f'(1-2h) + 3f'(3h-3)}{1} = -2f'(1) + 3f'(-3) \Rightarrow -2 \times (1) + 3\left(\frac{-4}{3}\right) = -6$$

۷. گزینه ۲ درست است.

در $x = +1$ پیوستگی نداریم و $x = -4$ گوشه و در $x = 2$ مماس قائم داریم، در مجموع ۳ نقطه مشتق ناپذیر داریم. دقت کنید در $x = 0$ مشتق داریم و برابر صفر است.

همچنین $x = 3$ ریشه مخرج و ناپیوستگی داریم، اما درون دامنه تعریف آن قرار ندارد.

۸. گزینه ۳ درست است.



۹. گزینه ۱ درست است.

$$y = -a + 2^x \xrightarrow{(0,0)} -a + 1 = 0 \rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$y = 1 + \log_2^{bx+2}$$

$$y(0) = 2 \rightarrow A(0, 2)$$

$$S = \frac{2 \times x_B}{2} = x_B = 1$$

$$y = -1 + 2^x \xrightarrow{x_B=1} 1 = 1 + \log_2^{b+2} \rightarrow \boxed{b = -1}$$

$$y = 1 + \log_2^{bx+2}$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

$$-\frac{2}{3}x + 4 > 0 \rightarrow 4 > \frac{2}{3}x \rightarrow \boxed{6 > x}$$

$$\frac{1}{2}x + 2 > 0 \rightarrow \boxed{x > -4}$$

البته با توجه به شکل نیز مشخص است که $f(x)$ به ازای $x < 6$ و $g(x)$ به ازای $x > -4$ مثبت خواهند شد.

$$-\frac{2}{3}x + 4 \neq 1 \rightarrow 3 \neq \frac{2}{3}x \rightarrow x \neq \frac{9}{2}$$

$$D = (-4, \frac{9}{2}) \cup (\frac{9}{2}, 6)$$

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{c} = \frac{-4}{6} + 1 = \frac{1}{3}$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

$$3^4 = 4^{2+x} \rightarrow 81 = 4^{2+m} \rightarrow 2+m = \log_4 81 = \log_2 9$$

$$m = \log_2 9 - 2 = \log_2 \frac{9}{4}$$

$$3^{x^2} = 4^{x+\log_2 \frac{9}{4}} = 4^x \times \frac{81}{16}$$

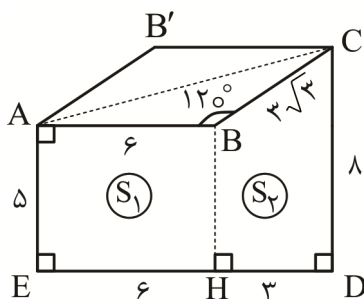
$$\frac{3^{x^2}}{81} = \frac{4^x}{4^2} \rightarrow 3^{x^2-4} = 4^{x-2} \xrightarrow{\log_3} x^2-4 = (x-2) \times \log_3 4$$

$$x+2 = \log_3 4 \rightarrow \alpha = \log_3 4 - 2 = \log_3 \frac{4}{9}$$

$$9^\alpha = 9^{\log_3 \frac{4}{9}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{\log_3 9} = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

با توجه به آنچه در صفحه‌های ۵۳ و ۵۴ کتاب هندسه ۱ (مسئله هم‌پیرامونی) آموخته‌ایم، کافی است بازتاب ضلع‌های AB و BC را نسبت به خط AC به دست آوریم و سپس مساحت چهارضلعی $ABCB'$ (بازتاب یافته B است) را به مساحت زمین بیفزاییم. برای این منظور، زمین اولیه را به یک مستطیل و یک ذوزنقه تقسیم می‌کنیم (که مساحت‌های شان را با S_1 و S_2 نمایش داده‌ایم) و سپس مساحت‌ها را با هم جمع می‌کنیم، داریم:



$$S_1 = AB \times BH = 6 \times 5 = 30$$

$$S_2 = \frac{1}{2} HD \times (HB + CD) = \frac{1}{2} \times 3 \times (5 + 8) = \frac{39}{2} = 19.5$$

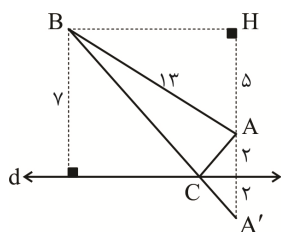
$$S_{ABCB'} = 2S_{\triangle ABC} = 2\left(\frac{1}{2} AB \times BC \times \sin 120^\circ\right) = 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27$$

$$\Rightarrow \text{مساحت زمین بزرگ شده} = 30 + 19.5 + 27 = 76.5$$

۱۳. گزینه ۳ درست است.

بازتاب نقطه A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. داریم:

$$AH = 7 - 2 = 5 \text{ cm} \Rightarrow BH^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow BH = 12 \text{ cm}$$



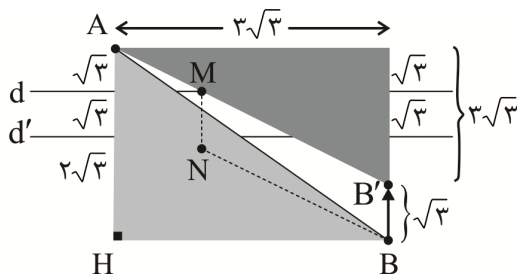
$$\Delta A'BH : A'B^2 = BH^2 + HA'^2 = 12^2 + 9^2 = 15^2$$

$$\Rightarrow A'B = 15 \text{ cm}$$

در نتیجه محیط مثلث ABC برابر $AB + A'B = 12 + 15 = 27$ سانتی متر است.

۱۴. گزینه ۳ دست است.

خانه و مدرسه معلم را، به ترتیب نقاط A و B، و خطهای ساحلی را d و d' می گیریم. کافی است B را با بردار $\overrightarrow{BB'}$ که موازی با MN (دو سر پل مورد نظر) و با طول $\sqrt{3}$ است، به نقطه B' انتقال دهیم، در این صورت با توجه به اندازه های مسئله و شکل زیر، داریم:



$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} \Rightarrow BH = \sqrt{25 \times 3 - 16 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$AB' = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{6}$$

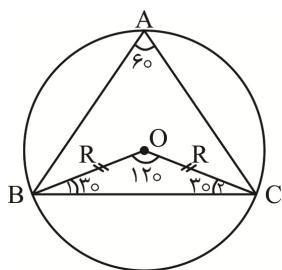
$$\Rightarrow \text{طول مسیر AMNB} = AB' + B'B = 3\sqrt{6} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(3\sqrt{2} + 1)$$

۱۵. گزینه ۱ درست است.

نقطه O، مرکز دایره محیطی مثلث ABC است. با توجه به مجموع دو زاویه $\hat{B}$ و $\hat{C}$ داریم:

$$\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

با توجه به اینکه $\widehat{BDC} = 120^\circ$ و مثلث OBC متساوی الساقین است، پس



$\hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 30^\circ$. بنابر قضیه سینوس ها در ΔOBC ، خواهیم داشت:

$$\frac{BC}{\sin 120^\circ} = \frac{OB}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{BC}{OB} = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

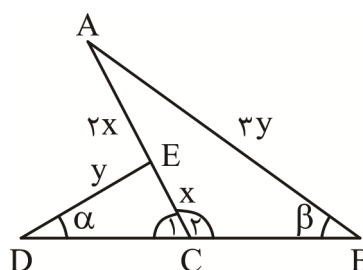
۱۶. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta CDE : \frac{CE}{\sin \hat{D}} = \frac{DE}{\sin \hat{C}_1} \Rightarrow \frac{x}{\sin \hat{\alpha}} = \frac{y}{\sin \hat{C}_1}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{\alpha} = \frac{x \sin \hat{C}_1}{y} \quad (*)$$

$$\Delta ABC : \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}_2} \Rightarrow \frac{3x}{\sin \hat{\beta}} = \frac{3y}{\sin \hat{C}_2}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{\beta} = \frac{x \sin \hat{C}_2}{y} \quad (**)$$



چون $\hat{C}_1$ و $\hat{C}_2$ مکمل اند، پس $\sin \hat{C}_1 = \sin \hat{C}_2$. در نتیجه از (*) و (**) داریم: $\frac{\sin \hat{\alpha}}{\sin \hat{\beta}} = 1$

۱۷. گزینه ۲ درست است.

با توجه به شیوه تصویرسازی نقاط، روی صفحات مختصات، خواهیم داشت:

$$A' = (2, 1, 0) \quad , \quad A'' = (0, 1, 3)$$

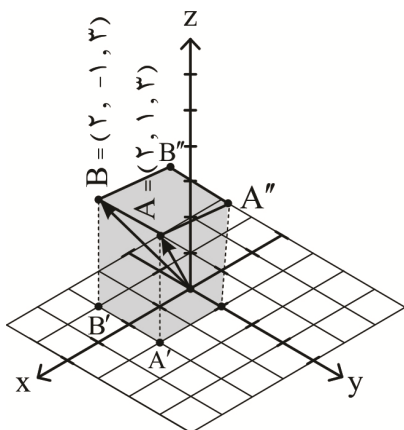
$$B' = (2, -1, 0) \quad , \quad B'' = (0, -1, 3)$$

پس کافی است فاصله دو وجه مجاور $AA'B'B$ و $AA''B''B$ و وجه مجاور به این‌ها را از وجه‌های روبه‌روی خودشان در مکعب مستطیل، به‌دست آوریم که برابر است با:

$$A'B' = |-1-1| = 2, \quad AA'B'B \text{ و } yz \text{ صفحه} = 2$$

$$AA''B''B \text{ و } xy \text{ صفحه} = |3-0| = 3$$

$$\Rightarrow \text{حجم مکعب مستطیل} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$



۱۸. گزینه ۲ درست است.

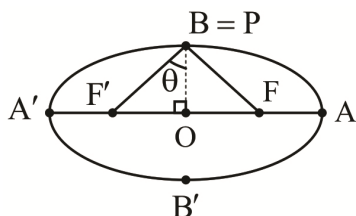
با توجه به اینکه کوتاه‌ترین قطر هر بیضی قطر BB' است، پس کمترین فاصله نقاط روی بیضی از مرکز O برابر است با

$$\frac{2b}{2} = b \text{ و در لحظه مورد نظر، } P \text{ روی } B \text{ (یا } B') \text{ قرار دارد و } b = 2. \text{ از آنجا که فاصله } A \text{ و } A' \text{ برابر است با:}$$

$$AA' = 2a = |-3-5| = 8 \text{ پس } a = 4 \text{ و در نتیجه داریم:}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \angle F'BO = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$



۱۹. گزینه ۴ درست است.

چون رأس سهمی منطبق بر B است و از دو کانون F و F' می‌گذرد، پس محور تقارن سهمی همان محور BB' از بیضی است و چون کانون سهمی بر روی محور کانونی بیضی (محور AA') قرار دارد، پس نقطه برخورد این دو محور؛ یعنی نقطه O (مرکز بیضی) همان کانون سهمی است. اما می‌دانیم که در هر سهمی، اندازه پاره‌خطی که در کانون سهمی بر محور کانونی عمود شود، برابر $4a$ است. از این‌رو در اینجا داریم:

$$F'F = 4a \Rightarrow c = F'O = \frac{4a}{2} = 2a, \quad b = BO = \frac{4a}{4} = a \Rightarrow c = 2b \quad (*)$$

در مثلث قائم‌الزاویه $F'BO$ می‌توانیم بنویسیم (در اینجا a, b, c پارامترهای ثابت مربوط به بیضی‌اند):

$$F'B = \sqrt{F'O^2 + OB^2} = \sqrt{c^2 + b^2} \stackrel{(*)}{=} \sqrt{c^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2} = c \frac{\sqrt{5}}{2}$$

با توجه به رابطه $a = \sqrt{b^2 + c^2}$ در هر بیضی، همواره باید به خاطر داشته باشیم که $FB = F'B = a$ و از این‌رو خواهیم داشت:

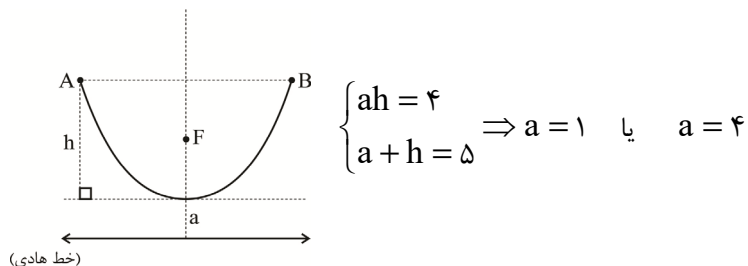
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\cancel{c} \frac{\sqrt{5}}{2}}{\cancel{c} \frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۲۰. گزینه ۱ درست است.

با توجه به رابطه دهانه دیش داریم:

$$\frac{AB^2}{16h} = a \Rightarrow \frac{64}{16h} = a \Rightarrow ah = 4$$

از طرفی $a + h = 5$ ، پس:



هر کدام از دو مورد می‌تواند پاسخ سؤال باشد.

۲۱. گزینه ۳ درست است.

پاسخ سؤال را در چند گام و با توجه به رقم یکان زوج، باید ارایه کنیم. در هر گام، شمار حالت‌های ممکن را در بالای هر خانه نوشته‌ایم. چون عدد مورد نظر باید بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ باشد، در سمت چپ تنها می‌تواند رقم ۴ یا ۵ بیاید. داریم:

حالت دوم (رقم یکان، ۲ باشد): $\Rightarrow n_1 = 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$

یکان
یکی از ۴ یا ۵

حالت دوم (رقم یکان، ۲ باشد): $\Rightarrow n_2 = 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$

یکان
یکی از ۴ یا ۵

حالت سوم (رقم یکان، ۴ باشد): $\Rightarrow n_3 = 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

یکان
تنها ۵
می‌تواند بیاید

اصل جمع

$$\Rightarrow 48 + 48 + 24 = 120 = \text{شمار اعداد خواسته شده}$$

۲۲. گزینه ۳ درست است.

کلمه ۶ حرفی مورد نظر لزوماً شامل حروف D، o و t می‌باشد، بنابراین از میان ۵ حرف دیگر در کلمه Diplomat باید ۳

حرف را به دلخواه انتخاب کنیم که به $\binom{5}{3}$ حالت امکان‌پذیر است. حال در این کلمه ۶ حرفی سه حرف D، o و t را به صورت

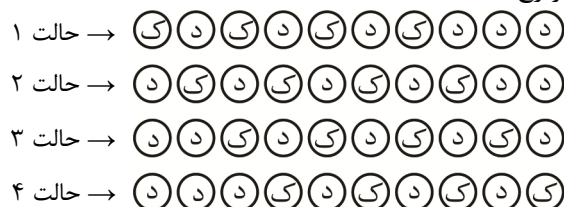
یک بسته در نظر می‌گیریم؛ پس:

$$\binom{5}{3} \times 3! \times 4! = 10 \times 6 \times 24 = 1440$$

جایگشت بسته با سه حرف دیگر
جایگشت اعضای داخل بسته

۲۳. گزینه ۲ درست است.

برای اینکه کتاب‌ها یکی در میان باشند، باید یکی از حالات چینش زیر رخ دهد:

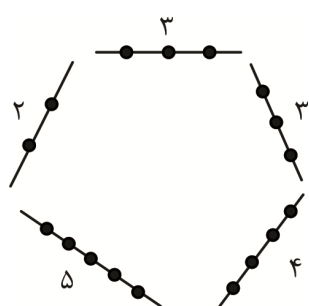


در نتیجه پاسخ مسئله برابر می‌شود با:

$$4! \times 6! \times 4 = 4! \times 4! \times 5 \times 6 \times 4 = (4!)^2 \times 120$$

حالات چیدمان
جایگشت دفترها
جایگشت کتاب‌ها

۲۴. گزینه ۴ درست است.



از وصل کردن سه نقطه که هر سه روی یک خط راست نباشند، یک مثلث پدید می آید؛ بنابراین به کمک اصل متمم، حالتی که ۳ نقطه روی یک خط باشند را از کل حالات کم می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد مثلثها} &= \binom{17}{3} - \left(\binom{3}{3} + \binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} \right) \\ &= \frac{17!}{3! \times 14!} - (1 + 1 + 4 + 10) = 680 - 16 = 664 \end{aligned}$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

فرض کنیم n_1 اندازه نمونه اول باشد و σ_1 و $\bar{X}_1$ به ترتیب انحراف معیار و میانگین نمونه اول باشند و n_2 و σ_2 و $\bar{X}_2$ همین معنی را درباره نمونه دوم داشته باشند. در این صورت داریم:

$$\bar{X}_1 = \frac{15 + 15/5 + 16/5 + 17}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{\frac{(15-16)^2 + (15/5-16)^2 + (16/5-16)^2 + (17-16)^2}{4}} = \sqrt{\frac{1 + 0/25 + 0/25 + 1}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2/5}{4}} = \sqrt{\frac{5}{8}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{نسبت مورد نظر} = \frac{\sigma_{\bar{X}_1}}{\sigma_{\bar{X}_2}} = \frac{\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}}{\frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \times \frac{\sqrt{n_2}}{\sqrt{n_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{\bar{X}_1}}{\sigma_{\bar{X}_2}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}} \times \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2 \times 2 \sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5}}{4} = \frac{3 \times 2/2}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{22}{10} = \frac{3}{4} \times \frac{11}{5} = \frac{33}{20}$$

$$= \frac{165}{100} = 1.65$$

توجه: از آنجا که معمولاً از انحراف معیار جامعه ناآگاهیم، پس می توانیم برای تخمین عدد مربوط به انحراف معیار میانگین در

فرمول $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ از انحراف معیار نمونه ها بهره بگیریم.

۲۶. گزینه ۴ درست است.

$$\sigma^2 = 1/44 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1/44} = 1/2$$

$$n = 25 \Rightarrow \bar{X} = \frac{150}{25} = 6 \quad (\text{میانگین نمونه})$$

می دانیم که بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه (μ) عبارت است از $\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ؛ از این رو

خواهیم داشت:

$$6 - \frac{1/2}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 6 + \frac{1/2}{\sqrt{25}} \Rightarrow 6 - \frac{12}{50} \leq \mu \leq 6 + \frac{12}{50} \Rightarrow 6 - \frac{24}{100} \leq \mu \leq 6 + \frac{24}{100}$$

$$\Rightarrow \mu \in [5.76, 6.24]$$

$$\Rightarrow \text{شمار جواب‌های طبیعی این معادله} = n_1 = \binom{11-1}{4-1} = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{3! \times \cancel{7!}} = 120$$

$$x_1 = 1 - \frac{\text{تغییر نام } x_2 \text{ تا } x_5}{\text{به } y_1 \text{ تا } y_4} \rightarrow 1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 11, y_i \geq 1 \quad (\text{حالت دوم})$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 10, y_i \geq 1 \Rightarrow \text{شمار جواب‌های طبیعی این معادله} = n_2 = \binom{10-1}{4-1}$$

$$\Rightarrow n_2 = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3! \times 6!} = 84$$

$$n_1 + n_2 = 120 + 84 = 204$$

پس بنابر اصل جمع، شمار جواب‌های معادله اصلی برابر است با:

۳۰. گزینه ۱ درست است.

$$x_1 + x_2 = \frac{21}{x_3 + x_4 + x_5} \Rightarrow (x_1 + x_2)(x_3 + x_4 + x_5) = 21 = 3 \times 7 = 7 \times 3 \quad (x_i \in \mathbb{N})$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{3-1}{2-1} = \binom{2}{1} = 2 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 7 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{7-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15 \end{cases} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} \text{تعداد جواب‌ها} = 2 \times 15 = 30$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{7-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 3 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{3-1}{3-1} = \binom{2}{2} = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} \text{تعداد جواب‌ها} = 6 \times 1 = 6$$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل جواب‌های طبیعی برابر است با: $30 + 6 = 36$.

فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: مقدار مقاومت رسانا را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$R_1 = \frac{\Delta \circ}{1} = \Delta \circ$$

$$R_2 = \frac{\Delta \circ}{0.5} = 100 \Omega$$

گام دوم: از رابطه مقاومت بر حسب تغییر دما استفاده می‌کنیم:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta \theta) \rightarrow 100 = \Delta \circ (1 + 10^{-3} \Delta \theta)$$

$$2 = 1 + 10^{-3} \Delta \theta \rightarrow \Delta \theta = 10^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۴۹ تا ۵۴)

۳۲. گزینه ۱ درست است.

با توجه به رابطه $\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ داریم:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 4.5 \times 10^{-3} = \frac{\Delta q}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta q = 9 \times 10^{-6} \text{ C} = 9 \mu\text{C}$$

حال داریم (برای کره ۲):

$$\Delta q = q'_r - q_r \rightarrow 9 = q'_r - (-5) \Rightarrow q'_r = 4 \mu C$$

چون دو کره مشابه هستند، پس بار نهایی کره (۲) با کره (۱) برابر است، پس:

$$q'_1 = q'_r = \frac{q_1 + q_r}{2} \Rightarrow 4 = \frac{q_1 + (-5)}{2} \Rightarrow q_1 - 5 = 8 \Rightarrow q_1 = 13 \mu C$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۴۷ تا ۴۸)

۳۳. گزینه ۳ درست است.

چون حجم سیم ثابت می ماند با تغییر قطر، طول سیم در حالت دوم نسبت به حالت اول تغییر می کند. بنابراین می توان نوشت:

$$V = V' \Rightarrow A\ell = A'\ell' \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{\ell'}{\ell} \xrightarrow[A=\pi(\frac{D}{2})^2]{A=\pi r^2} \frac{A}{A'} = \frac{\ell'}{\ell} = \left(\frac{D}{D'}\right)^2$$

$$\frac{\ell'}{\ell} = \left(\frac{D}{\sqrt{3}D}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{\ell'}{\ell} \times \left(\frac{D}{D'}\right)^2 \xrightarrow[D'=\sqrt{3}D]{\rho'=\rho, \ell'=\frac{1}{3}\ell} \frac{R'}{R} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

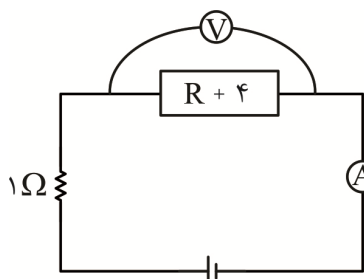
$$\Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{9} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۵۲ تا ۵۳)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

مقاومت داخلی ولتسنج آرمانی بی نهایت بوده و لذا جریانی از شاخه حاوی آن نمی گذرد. پس در هر حالت با مداری تک حلقه سر و کار داریم که در آن آمپرسنج جریان کل و ولتسنج ولتاژ دو سر شاخه را اندازه می گیرد. در تعیین سهم ولتاژ در هر حالت، از این واقعیت کمک می گیریم که نیروی محرکه به نسبت مقاومت ها تقسیم می شود:

حالت اولیه:

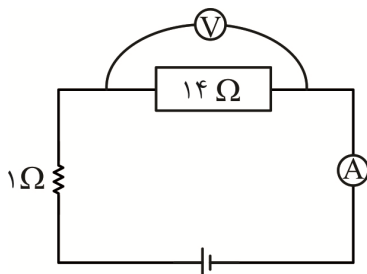


$$\varepsilon_0 = 24V \quad r = 1\Omega$$

$$V_1 = \frac{R+4}{R+6} \times 24$$

$$I_1 = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{24}{R+6}$$

حالت دوم:



$$\varepsilon_0 = 24V \quad r = 1\Omega$$

$$V_2 = \frac{14}{16} \times 24 = \frac{7}{8} \times 24$$

$$I_2 = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{24}{16} = 1.5A$$

در ادامه ارتباط گفته شده در فرض تست بین V_1 و V_2 را برقرار می کنیم:

$$V_2 = V_1 + \frac{5}{100} V_1 = \frac{105}{100} V_1 = \frac{21}{20} V_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{24} \times \frac{24}{R+6} = \frac{1}{100} \times \frac{24}{R+6} \times \frac{21}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \left(\frac{R+4}{R+6} \right) \Rightarrow 5(R+6) = 6(R+4) \Rightarrow 5R+30 = 6R+24 \Rightarrow R = 6\Omega$$

با معلوم شدن مقدار R ، جریان در حالت اول و درصد تغییرات جریان قابل محاسبه است:

$$I_1 = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{24}{R + 6} = \frac{24}{12} = 2A$$

پس جریان از $I_1 = 2A$ به $I_2 = 1/5A$ رسیده و $0/5A$ کاهش می‌یابد:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{|\Delta I|}{I_1} \times 100 = \frac{0/5}{2} \times 100 = 25\%$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۶۲ تا ۶۶ و ۷۲ تا ۷۵)

۳۵. گزینه ۴ درست است.

گام اول: ولت‌سنج به دو سر باتری $\mathcal{E}_1$ بسته شده و ولتاژ این باتری را نشان می‌دهد. چون مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد بیشتر از نیروی محرکه باتری است نتیجه می‌گیریم که باتری $\mathcal{E}_1$ به صورت ضد محرکه (شارژ شونده) و مصرف کننده انرژی است و از رابطه $V = \mathcal{E} + Ir$ جریان گذرنده از آن را حساب می‌کنیم.

$$20 = 18 + I \times 1 \Rightarrow I = 2A$$

جریان مدار در جهتی است که باتری $\mathcal{E}_2$ در مدار ایجاد می‌کند، پس جریان مدار پادساعتگرد است.

گام دوم: از نقطه A حرکت می‌کنیم و از قسمت R_1 و $\mathcal{E}_1$ و R_2 عبور می‌کنیم و جمع جبری ولتاژها را حساب می‌کنیم تا به محل اتصال به زمین برسیم:

$$V_A + 2 \times 2 + 2 \times 1 + 18 + 2 \times 3 = 0 \rightarrow V_A = -30V$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۶۲ تا ۶۶ و ۷۲ تا ۷۵)

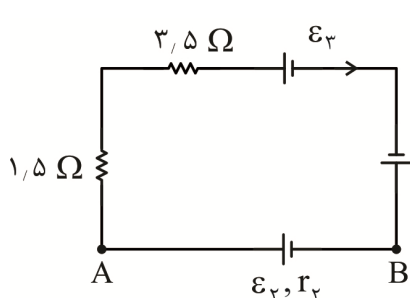
۳۶. گزینه ۱ درست است.

گام (۱): با توجه به نمودار $(V - I)$ داده شده می‌توان اندازه r_1 و r_2 را به دست آورد.

$$\text{مولد (۱)} \begin{cases} \mathcal{E}_1 = 16V \\ r_1 = \frac{|16 - 12|}{4} = 1\Omega \end{cases}$$

$$\text{مولد (۲)} \begin{cases} \mathcal{E}_2 = 10V \\ r_2 = \frac{|10 - 8|}{4} = 0/5\Omega \end{cases}$$

گام ۲: براساس جهت نشان داده شده برای I و همچنین نحوه قرار گرفتن مولدها در مدار می‌توان اندازه I را محاسبه کرد.



$$I = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R + \sum r}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3}{\sum R + \sum r} = \frac{16 + 10 - 11}{5} = 3A$$

گام ۳: از نقطه A با عبور از مولد $\mathcal{E}_2$ به نقطه B می‌رسیم و می‌توان نوشت:

$$V_B - I(r_2) + \mathcal{E}_2 = V_A$$

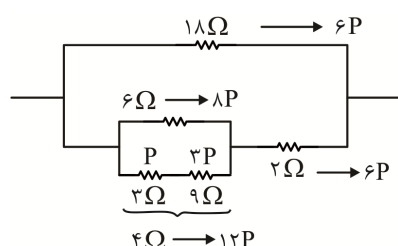
$$V_A - V_B = \mathcal{E}_2 - Ir_2$$

$$V_A - V_B = 10 - 3(0/5) = +8/5V$$

(فیزیک ۲ - صفحات ۶۲ تا ۶۶ و ۷۲ تا ۷۵)

۳۷. گزینه ۴ درست است.

ابتدا مدار ساده شده را رسم می‌کنیم. توان مقاومت 3Ω را P فرض کرده و توان سایر مقاومت‌ها را برحسب آن تعیین می‌کنیم:



برای تعیین سهم توان هر مقاومت از قواعد زیر بهره گرفته شده است (روش تقسیم توان):

در اتصال سری، I برابر بوده و طبق رابطه $P = RI^2$ توان با مقاومت رابطه مستقیم دارد: $P \propto R$

در اتصال موازی، V برابر بوده و طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ توان با مقاومت رابطه عکس دارد:

$$P \propto \frac{1}{R}$$

مقاومت 9Ω با 3Ω سری بوده و طبق قاعده $P \propto R$ ، توان آن ۳ برابر توان مقاومت 3Ω است.

مقاومت 6Ω با شاخه 12Ω با توان کل $4P$ موازی بوده و طبق قاعده $P \propto \frac{1}{R}$ ، توان آن ۲ برابر توان شاخه پایینی یعنی $8P$ است.

مقاومت 2Ω با مجموعه سمت چپ خود با مقاومت 4Ω و توان کل $12P$ سری بوده و طبق قاعده $P \propto R$ ، توان آن $\frac{1}{2}$ برابر یعنی $6P$ است.

مقاومت 18Ω با کل مجموعه زیرین خود به مقاومت کل 6Ω و توان کل $18P$ موازی بوده و طبق قاعده $P \propto \frac{1}{R}$ ، توان آن $\frac{1}{3}$ برابر یعنی $6P$ است.

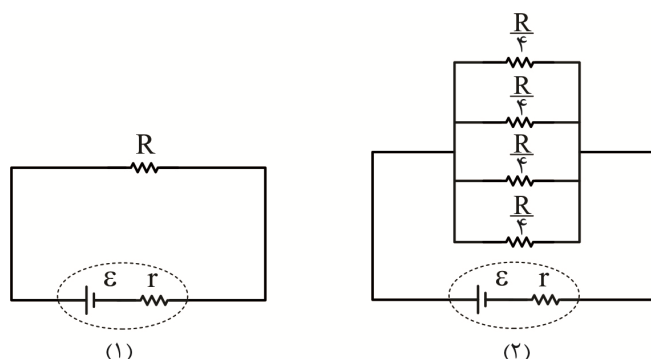
به این ترتیب بیشترین توان مصرفی متعلق به مقاومت 6Ω و برابر $8P$ است. اگر این مقاومت نسوزد سایرین نیز نخواهند سوخت:

$$\left. \begin{array}{l} 8P \rightarrow 120W \\ P = 24P = 360W \end{array} \right\} \Rightarrow \text{کل مجاز } P = 24P = 360W$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۶۲ تا ۶۹ و ۷۰)

۳۸. گزینه ۲ درست است.

با توجه به شکل زیر داریم:



$$\frac{1}{R'_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R'_T = \frac{R}{16}$$

ابتدا مقاومت معادل را در شکل (۲) به دست می آوریم:

$$P = \varepsilon I \Rightarrow P' = \frac{1}{3}P \Rightarrow \varepsilon I' = \frac{1}{3}\varepsilon I \Rightarrow I' = \frac{1}{3}I$$

با توجه به رابطه توان تولیدی داریم:

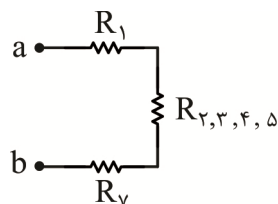
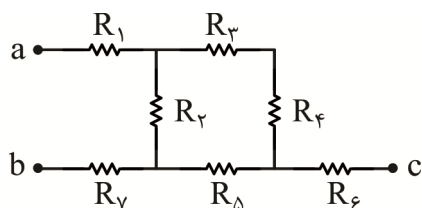
$$I' = \frac{1}{3}I \Rightarrow \frac{\varepsilon}{\frac{R}{16} + r} = \frac{1}{3} \times \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow \frac{R}{2} + 16r = 3R + 3r \Rightarrow 5r = \frac{5}{2}R \Rightarrow R = 2r$$

حال داریم:

$$\text{پس: } \frac{r}{R} = \frac{1}{2} \quad (\text{فیزیک ۲ - صفحات ۶۶ تا ۷۷})$$

۳۹. گزینه ۱ درست است.

گام اول: مقاومت معادل بین دو نقطه a و b را حساب می‌کنیم. R_6 در مدار قرار نمی‌گیرد و R_3 و R_4 و R_5 متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با R_2 موازی است:

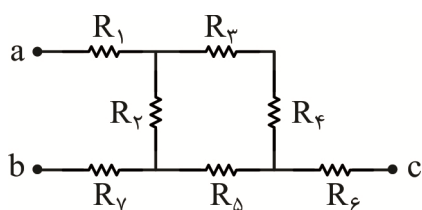


$$R_{3,4,5} = 3R, R_{2,3,4,5} = \frac{3R \times R}{3R + R} = \frac{3}{4}R$$

$$R_{eq} = 2R + \frac{3}{4}R = \frac{11}{4}R$$

و R_{eq} در حالت اول برابر است با:

گام دوم: در این حالت مقاومت R_6 در مدار قرار ندارد و R_3 با R_4 متوالی است و R_2 و R_5 نیز متوالی است و $R_{3,4}$ با $R_{2,5}$ موازی است:



$$R_{2,3,4,5} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R$$

و این مقاومت معادل با دو مقاومت R_1 و R_6 متوالی است.

$$R'_{eq} = R + R + R = 3R$$

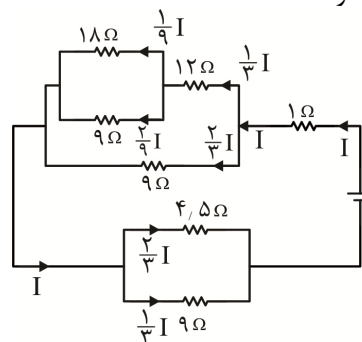
$$\frac{R_{eq}}{R'_{eq}} = \frac{\frac{11}{4}R}{3R} = \frac{11}{12}$$

گام سوم: نسبت $\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}$ را حساب می‌کنیم:

(فیزیک ۲ - صفحات ۶۶ تا ۷۷)

۴۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا توجه کنید جریان آمپرسنج، تفاوت جریان مقاومت‌های ۱۸ اهمی و ۴/۵ اهمی است. مدار ساده شده را رسم می‌کنیم و تلاش می‌کنیم جریان این دو مقاومت را برحسب جریان کل بیان کنیم. برای این منظور توجه کنید در اتصال موازی مقاومت‌ها، جریان به نسبت عکس مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود. نکته جالب دیگر در این مدار آن است که به دلیل آرمانی بودن باتری، کل نیروی محرکه به مدار سمت چپ باتری می‌رسد و در تحلیل می‌توان از مقاومت ۱۰ اهمی موازی شده با باتری در سمت راست آن چشم‌پوشی نمود.



$$R_T = \underbrace{(9 \parallel 4/5)}_{3\Omega} + \underbrace{[9 \parallel (12 + 18 \parallel 9)]}_{6\Omega} + 1 = 10\Omega$$

$$A = I_{4/5\Omega} - I_{18\Omega} = \frac{2}{3}I - \frac{1}{9}I = 0/5A$$

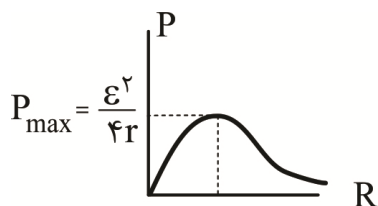
$$\Rightarrow \frac{5}{9}I = 0/5A \Rightarrow I = 0/9A$$

جریان نیمه سمت چپ مدار را به کمک قانون اهم برحسب نیروی محرکه و مقاومت این قسمت می‌نویسیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow 0/9 = \frac{\mathcal{E}}{10} \Rightarrow \mathcal{E} = 9V$$

۴۱. گزینه ۳ درست است.

با توجه به رابطه $P = RI^2$ و رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ می توان نوشت:



$$P = R \left(\frac{\mathcal{E}}{R+r} \right)^2$$

$$P = \frac{R \mathcal{E}^2}{(R+r)^2}$$

این رابطه، توان مصرفی در مقاومت خارجی R را بر حسب مقدار مقاومت R نشان می دهد. با توجه به نمودار وقتی اندازه مقاومت از صفر تا $(R=r)$ افزایش می یابد، توان مصرفی نیز افزایش یافته و به بیشینه مقدار خود $(P_{\max})$ می رسد و با افزایش مقاومت از $(\bar{R}=r)$ تا $(R=\infty)$ توان مصرفی کاهش می یابد. (فیزیک ۲ - صفحات ۷۴ تا ۷۷)

۴۲. گزینه ۴ درست است.

در انتشار موج طولی در فاصله مراکز دو جمع شدگی متوالی برابر طول موج و فاصله مراکز یک جمع شدگی و یک باز شدگی متوالی برابر نصف طول موج است.

تندی صوت علاوه بر جنس محیط به دمای محیط انتشار نیز بستگی دارد. (فیزیک ۲ - صفحات ۷۷ تا ۷۹)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: برای محاسبه تغییر تراز شدت صوت از رابطه $\frac{I_2}{I_1} = \log \frac{I_2}{I_1} (10 \text{ dB}) = \Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ باید استفاده کرد. بنابراین ابتدا

$\frac{I_2}{I_1}$ را به دست می آوریم.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow[r_2 = \frac{1}{4} r_1]{A_2 = \Delta I_1} \frac{I_2}{I_1} = \Delta \times \left(\frac{1}{4} \right) = 200$$

گام ۲: تغییر تراز شدت صوت را محاسبه می کنیم:

$$\Delta\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 200 = 10 \log (2 \times 10^2)$$

$$\Delta\beta = (10 \text{ dB}) \log 2 + 10 \text{ dB} \log (10^2)$$

$$\Delta\beta = 3 + 20 = 23 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۸۰ و ۸۱)

۴۴. گزینه ۳ درست است.

کاهش ۷۵ درصدی فاصله به معنای $\frac{1}{4}$ برابر شدن فاصله است که موجب می شود شدت صوت دریافتی ۱۶ برابر گردد:

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi d^2} \xrightarrow[\text{ثابت}]{\text{ثابت}} I_2 = 16 I_1 \\ &\quad \swarrow \quad \searrow \\ &\quad \text{ثابت} \quad \left(\frac{1}{4} \right)^2 \\ \beta &= 10 \log \frac{I_1}{I_0} \quad \text{حالت اولیه} \\ \Rightarrow \Delta\beta &= 10 \log \frac{\left(\frac{16 I_1}{I_0} \right)}{\left(\frac{I_1}{I_0} \right)} = 10 \log 16 \quad \text{تفاضل} \end{aligned}$$

$$16I_1 / \Delta\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \text{ حالت جدید}$$

$$\Rightarrow 10 \Delta\beta = 10 \log 2^4 = 40 \log 2 = 40 \times 0.3 = 12 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \beta_r = 10 \Delta\beta = 3 \times 12 \text{ dB} = 36 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۸۰ و ۸۱)

۴۵. گزینه ۱ درست است.

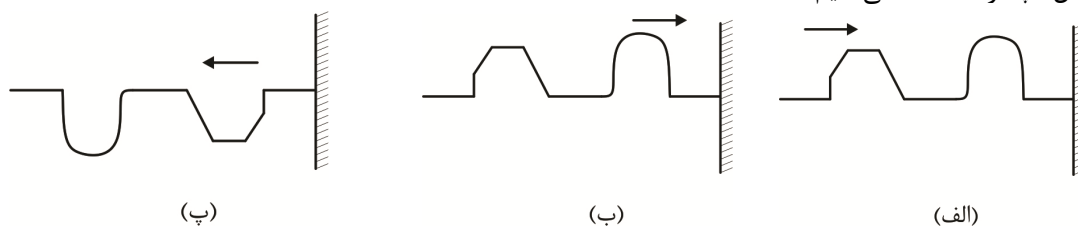
هر تن صوت که می شنویم دو ویژگی دارد: ارتفاع و بلندی

ارتفاع صوت بسامد و بلندی صوت شدتی است که گوش انسان درک می کند. (فیزیک ۳ - صفحات ۸۱ تا ۸۴)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

می دانیم موج بازتابیده از انتهای بسته، به شکل وارونه به محیط باز می گردد.

از زمانی که موج به انتهای طناب می رسد تا زمانی که به طور کامل برمی گردد، موج تابش یا موج بازتابش تداخل می کند و شکل (پ) را مشاهده می کنیم.



(فیزیک ۳ - ص ۹۰)

۴۷. گزینه ۴ درست است.

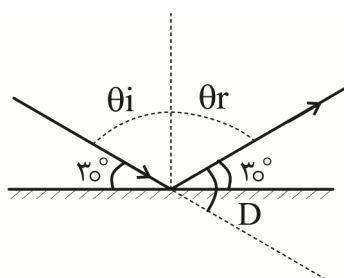
گام ۱: مطابق شکل، زاویه تابش (θ_i) و زاویه بین پرتو تابش و بازتابش برابر است با:

$$\theta_i = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$2\theta_i = 2\theta_r = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

گام ۲: زاویه انحراف پرتوی تابش نسبت به امتداد پرتوی تابش برابر است با:

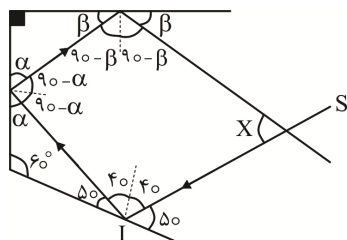
$$D = 180^\circ - 2\theta_i \xrightarrow{\theta_i = 60^\circ} D = 180^\circ - 2(60^\circ) = 60^\circ$$



(فیزیک ۳ - صفحات ۹۱، ۹۲ و ۹۳)

۴۸. گزینه ۱ درست است.

مسیر حرکت پرتو را تا بازتاب از مانع (۳) رسم می کنیم:



$$50^\circ + 60^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ$$

$$\alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 20^\circ$$

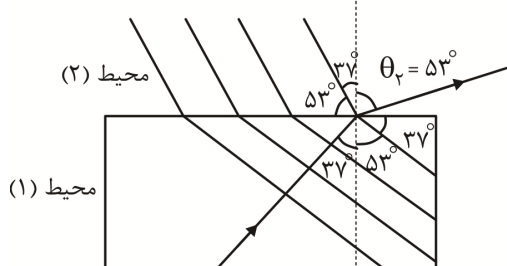
با توجه به این که مجموع زوایای داخلی چهارضلعی 360° است، پس:

$$80^\circ + 2(90^\circ - \alpha) + 2(90^\circ - \beta) + X = 360^\circ \Rightarrow 80^\circ + 40^\circ + 140^\circ + X = 360^\circ \Rightarrow X = 100^\circ$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۹۱، ۹۲ و ۹۳)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

ابتدا زاویه پرتوهای تابش و شکست موج را به دست می آوریم. دقت شود که پرتو موج بر جبهه های موج عمود است. پس:



حال با توجه به قانون شکست عمومی، تندی موج را در محیط اول به دست می آوریم:

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{v_r}{v_i} \Rightarrow \frac{\sin 53}{\sin 37} = \frac{v_r}{v_i} \Rightarrow \frac{0.8}{0.6} = \frac{v_r}{v_i} \Rightarrow v_i = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۹۳ تا ۹۴)

۵۰. گزینه ۲ درست است.

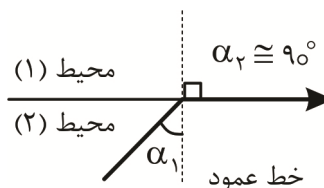
$$\lambda_r = \lambda_i + \frac{25}{100} \lambda_i = \frac{5}{4} \lambda_i$$

با توجه به فرض:

با توجه به قانون شکست عمومی، افزایش طول موج هنگامی رخ می دهد که سرعت انتشار موج در محیط دوم بیشتر از محیط اول بوده و در نتیجه زاویه پرتو با خط عمود نیز هنگام ورود به محیط دوم افزایش می یابد. با این مقدمه، حداکثر انحراف پرتوهای نور هنگامی رقم می خورد که پرتو در محیط دوم با زاویه شکست تقریباً ۹۰ درجه وارد شده و تقریباً بر سطح جدایی دو محیط مماس شود:

$$\frac{\sin \alpha_r}{\sin \alpha_i} = \frac{\lambda_r}{\lambda_i} \Rightarrow \frac{\sin 90}{\sin \alpha_i} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin \alpha_i} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin \alpha_i = 0.8 \Rightarrow \alpha_i = 53^\circ$$



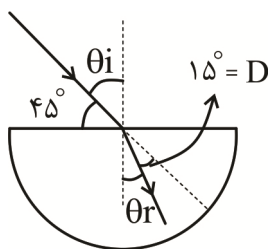
$$D = |\alpha_r - \alpha_i| = 90 - 53 = 37^\circ$$

زاویه انحراف

(فیزیک ۳ - صفحات ۹۶ و ۹۷)

۵۱. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: با رسم مسیر پرتوی نور در داخل نیم استوانه شفاف و با توجه به رابطه زاویه انحراف، زاویه شکست را به دست می آوریم:



$$D = \theta_i - \theta_r \xrightarrow[\theta_i = 40^\circ]{D = 15^\circ} 15 = 45 - \theta_r$$

$$\theta_r = 30^\circ$$

گام ۲: با استفاده از قانون شکست اسنل، ضریب شکست نیم استوانه را محاسبه می کنیم.

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r$$

$$1 \sin 45^\circ = n_2 \sin 30^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow n_2 = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۹۷ و ۹۸)

۳) درست است. براساس رابطه $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ، با افزایش n طول موج نور کم و نسبت $\frac{\lambda}{a}$ کاهش می‌یابد. در نتیجه خمیدگی کم می‌شود.

۴) نادرست است؛ زیرا دامنه در پراش بی‌اثر است.
(فیزیک ۳ - صفحات ۱۰۱ و ۱۰۲)

شیمی

۵۶. گزینه ۱ درست است.

جرم منیزیم موجود در آلیاژ را برابر a و جرم مس موجود در آلیاژ را $20 - a$ فرض می‌کنیم.

$$Q_{Mg} + Q_{Cu} = 76J$$

$$(a \times 1 \times 5) + ((20 - a) \times 0.4 \times 5) = 76 \Rightarrow a = 12g$$

پس ۱۲ گرم از جرم آلیاژ را منیزیم و ۸ گرم را مس تشکیل می‌دهد.

$$Mg \text{ درصد جرمی} = \frac{12}{20} \times 100 = 60$$

اکنون برای محاسبه الکترون ظرفیت داریم: (هر مول Mg دارای ۲ مول الکترون ظرفیت و هر مول Cu دارای ۱۱ مول الکترون ظرفیت است.)

$$12gMg \times \frac{1molMg}{24gMg} \times \frac{2mol \text{ الکترون ظرفیت}}{1molMg} = 1mol \text{ الکترون ظرفیت}$$

$$8gCu \times \frac{1molCu}{64gCu} \times \frac{11mol \text{ الکترون ظرفیت}}{1molCu} = 1.375mol \text{ الکترون ظرفیت}$$

پس در مجموع ۲/۳۷۵ مول الکترون ظرفیت داریم.

۵۷. گزینه ۳ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا گرمای مبادله‌شده در واکنش‌های شیمیایی به‌طور عمده ناشی از تفاوت انرژی پتانسیل میان مواد واکنش‌دهنده و فرآورده است.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا علامت Q در واکنش $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$ منفی است.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا گرمای آزاد شده ناشی از سوختن جرم برابر از الماس در مقایسه با گرافیت بیشتر است.

عبارت چهارم درست است. زغال کک واکنش‌دهنده رایج در استخراج Fe است که در آرایش الکترونی این عنصر شمار الکترون‌های $3d$ و $3p$ برابر است.

عبارت پنجم درست است.

۵۸. گزینه ۴ درست است.

گرمای آزاد شده از سوختن ۴ گرم اتان برابر است با:

$$4gC_2H_6 \times \frac{1molC_2H_6}{30gC_2H_6} \times \frac{1560kJ}{1molC_2H_6} = 208kJ$$

جرم پروپان مورد نیاز برای آزاد کردن ۲۰۸kJ انرژی از سوختن آن برابر است با:

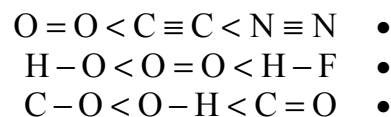
$$208kJ \times \frac{1molC_3H_8}{2200kJ} \times \frac{44gC_3H_8}{1molC_3H_8} = 416gC_3H_8$$

حال می‌توان تغییرات دمای آهن را به‌صورت زیر محاسبه کرد.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 208 \times 10^3 = 13 \times 10^3 \times 0.5 \times \Delta\theta = 32^\circ C$$

۵۹. گزینه ۳ درست است.

تنها مقایسه مورد سوم در مورد آنتالپی پیوندها درست است.
مقایسه درست آنتالپی پیوندها در سایر موارد به صورت زیر است:



۶۰. گزینه ۳ درست است.

عبارت «الف» درست است. گروه عاملی به کار رفته در ترکیب‌های A، B و C به ترتیب از نوع آلدهید، کتون و هیدروکسیل است.
عبارت «ب» درست است. در اتیلن گلیکول دو گروه هیدروکسیل وجود دارد. در فرمول مولکولی ترکیب C، ۱۲ اتم هیدروژن و در فرمول مولکولی ترکیب A، ۸ اتم هیدروژن وجود دارد.
عبارت «پ» درست است. در این ترکیب کربن موجود در گروه عاملی کتون دارای عدد اکسایش +۲ و کربن‌های موجود در CH_3 دارای عدد اکسایش -۳ است.
عبارت «ت» نادرست است. A هیدروکربنی نیست؛ زیرا هیدروکربن‌ها فقط از اتم‌های هیدروژن و کربن تشکیل شده‌اند، اما این ترکیب اتم اکسیژن هم دارد.

۶۱. گزینه ۱ درست است.

ابتدا آنتالپی واکنش را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta H = [614 + 4(412) + 3(495)] - [4(800) + 4(463)] = -1305 \text{ kJ}$$

با توجه به اینکه در معادله داده شده آب حالت مایع دارد، پس آنتالپی واکنش باید از -1305 kJ منفی تر باشد و با در نظر گرفتن ضریب ۲ برای آب می‌توان نتیجه گرفت که ΔH واکنش داده شده در صورت سؤال برابر است با:

$$\Delta H = -1305 \text{ kJ} - 2(44) = -1393 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

حال می‌توان نوشت:

$$0.2 \text{ mol C}_7\text{H}_8 \times \frac{1393 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8} = 278.6 \text{ kJ}$$

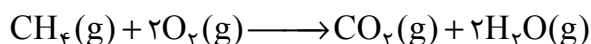
۶۲. گزینه ۲ درست است.

بر پایه قانون هس، کافی است واکنش (۱) را در عدد ۲ ضرب و واکنش ۳ را معکوس و در ۳ ضرب و واکنش ۲ را در عدد ۶ ضرب کنیم.

$$\Delta H = (+22 \times 2) + (-11 \times 6) + (+23 \times 3) = +47 \text{ kJ}$$

۶۳. گزینه ۳ درست است.

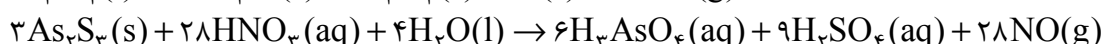
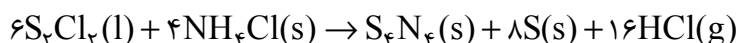
متان گاز مرداب است که معادله سوختن کامل آن به صورت زیر است:



تهیه متان از واکنش گرافیت و هیدروژن در آزمایشگاه و همچنین تولید H_2O_2 از واکنش مستقیم H_2 و O_2 امکان پذیر نیست.
واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \longrightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g})$ گرماگیر است.

۶۴. گزینه ۴ درست است.

ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



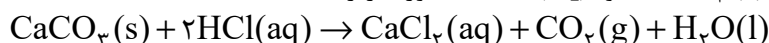
از آنجا که در بازه زمانی معین سرعت متوسط تشکیل HCl و NO برابر است، می‌توانیم این دو ماده را در دو واکنش هم ضریب کنیم. (واکنش I را در ۷ و واکنش II را در ۴ ضرب می‌کنیم).

$$\frac{\text{جرم } \text{S}_4\text{N}_4}{\text{جرم } \text{As}_2\text{S}_3} = \frac{7 \times 184}{12 \times 246} \approx 0.43$$

۶۵. گزینه ۲ درست است.

عبارت‌های اول و دوم درست است.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا معادله واکنش $\text{CaCO}_3(\text{s})$ و $\text{HCl}(\text{aq})$ به صورت زیر است:



عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا سریع تر و آسان تر سوختن حبه قند آغشته به خاک باغچه به اثر کاتالیزگر اشاره دارد.

۶۶. گزینه ۱ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت $2\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightarrow 4\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ است. مول N_2O_5 اولیه برابر است با:

$$64.8 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} = 0.6 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$

اکنون می توان نوشت:

ماده	$2\text{N}_2\text{O}_5$	4NO_2	O_2
مول اولیه	۰/۶	۰	۰
مول باقی مانده	$0.6 - 2x$	$4x$	x

$$0.6 - 2x + 4x + x = 0.9 \Rightarrow x = 0.1$$

برای تعیین سرعت متوسط تولید NO_2 در بازه زمانی داده شده می توان نوشت:

$$\bar{R}_{\text{NO}_2} = \frac{0.4 \text{ mol}}{2.5 \text{ min}} = 0.16 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۶۷. گزینه ۲ درست است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت $4\text{KNO}_3(\text{s}) \rightarrow 2\text{K}_2\text{O}(\text{s}) + 5\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{N}_2(\text{g})$ است. با مصرف ۴ مول

KNO_3 ، ۲۱۶ گرم گاز تولید می شود. (کاهش جرم) در ۱۰ دقیقه دوم ۱۰۸ گرم گاز تولید شده است. (۱۰۸ گرم کاهش

جرم داریم) پس داریم:

$$108 \text{ g کاهش جرم} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{216 \text{ g کاهش جرم}} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol KNO}_3} = 2.5 \text{ mol O}_2$$

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{2.5 \text{ mol}}{10 \text{ min}} = 0.25 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

در فاصله ۳۰ دقیقه از آغاز واکنش ۲۵۲ گرم کاهش جرم ایجاد شده است، بر این اساس داریم:

$$252 \text{ g کاهش جرم} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{216 \text{ g کاهش جرم}} \times \frac{2 \text{ mol K}_2\text{O}}{4 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{94 \text{ g K}_2\text{O}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}} = 219.3 \text{ g K}_2\text{O}$$

۶۸. گزینه ۲ درست است.

عبارت اول درست است. فرمول مولکولی بنزالدهید $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ و فرمول مولکولی بنزوئیک اسید $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$ است. تفاوت

جرم مولی آن‌ها برابر $16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. (جرم مولی CH_2 هم $16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.)

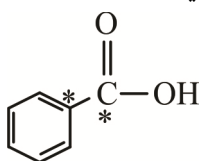
عبارت دوم نادرست است؛ زیرا بنزوئیک اسید، اسیدی ضعیف است و معادله یونش آن برگشت پذیر است.

عبارت سوم درست است. محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات بر اثر واکنش با اسیدهای آلی (مانند بنزوئیک اسید) بر اثر گرم شدن

بی رنگ می شود.

عبارت چهارم درست است. بنزوئیک اسید در تمشک و توت فرنگی وجود دارد و به عنوان نگهدارنده مواد غذایی کاربرد دارد.

عبارت پنجم درست است. در ساختار بنزوئیک اسید، دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ هیدروژنی متصل نیستند.



۶۹. گزینه ۲ درست است.

فرض کنید ۱g از این ماده غذایی در اختیار است:

$$\text{ارزش سوختی} = \left(1 \times \frac{25}{100} \times 17\right) + \left(1 \times \frac{5}{100} \times 38\right) + \left(1 \times \frac{15}{100} \times 17\right) = 8.7 \text{ kJ}$$

پس ارزش سوختی این ماده غذایی $8.7 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ است.

۷۰. گزینه ۲ درست است.

میانگین آنتالپی پیوند Si-O نسبت به Si-Si بیشتر است. این موضوع نشان می‌دهد که پایداری SiO_2 از Si بیشتر است. پیوند Si-Si نسبت به Si-O خیلی ضعیف‌تر است، به همین دلیل تمایل سیلیسیم برای تشکیل پیوند با اکسیژن بسیار بیشتر از تمایل آن برای تشکیل پیوند با خودش است.

۷۱. گزینه ۲ درست است.

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا آنتالپی پیوند Si-C از آنتالپی پیوند C-C کمتر و از آنتالپی پیوند Si-Si بیشتر است. عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا در ساختار SiC هر اتم سیلیسیم با ۴ پیوند کووالانسی به ۴ اتم کربن اتصال دارد.

۷۲. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا در مولکول NH_3 ، اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی است.

(۲) نادرست است؛ زیرا SO_3 مولکولی ناقطبی است.

(۳) درست است. CO_2 ساختار خطی دارد و عدد اکسایش اتم کربن در CO_2 و SCO برابر ۴+ است.

(۴) نادرست است. O_3 هم مانند مولکول H_2O ساختار خمیده دارد و قطبی است.

۷۳. گزینه ۴ درست است.

عنصر A، تیتانیوم ($_{22}\text{Ti}$) است.



عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا TiO_2 رنگدانه سفید است که همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.

عبارت «ب» درست است. چگالی تیتانیوم از فولاد کمتر است، اما نقطه ذوب تیتانیوم بیشتر از فولاد می‌باشد.

عبارت «پ» درست است. تیتانیوم ۴ الکترون ظرفیت دارد که ۲ الکترون دارای $n+1=5$ و ۲ الکترون دارای $n+1=4$ هستند.

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزات از مدل دریای الکترونی استفاده می‌شود. واکنش‌پذیری رفتار شیمیایی فلز است.

۷۴. گزینه ۴ درست است.

عبارت «الف» درست است. اختلاف نقطه ذوب و جوش در N_2 کمتر از HF است؛ پس در گستره دمایی کمتری به حالت مایع است.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا فرمول کلروفرم CHCl_3 است.

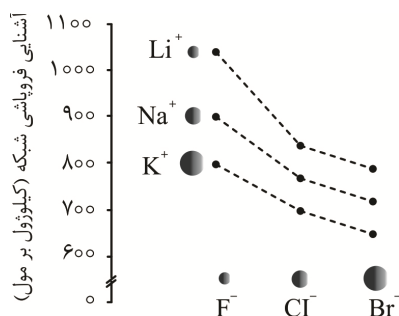
عبارت «پ» درست است. مقایسه صحیح شعاع یون‌های سدیم، منیزیم و پتاسیم به صورت $\text{Mg}^{2+} < \text{Na}^+ < \text{K}^+$ است.

عبارت «ت» درست است.

$$\frac{1}{0.9 \times 10^{-2}} = \frac{2}{r} \Rightarrow r \approx 184 \text{ pm}$$

۷۵. گزینه ۳ درست است.

با توجه به نمودار زیر درمی‌یابیم که تفاوت آنتالپی فروپاشی سدیم فلوئورید و سدیم کلرید بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی لیتیم کلرید و لیتیم برمید است.



۷۶. گزینه ۳ درست است.

با افزودن پودر نقره به محلول وانادیم (V) فقط کاهش مرحله اول انجام می‌شود و محصول نهایی واکنش VO^{2+} است که آبی‌رنگ است. E° نقره برای کاهش مراحل بعدی واکنش مناسب نیست. (بزرگ است) نقره باعث کاهش وانادیم (V) می‌شود و کاهنده است.

۷۷. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد کووالانسی است. عبارت دوم نادرست است؛ زیرا نافلزها در واکنش‌های شیمیایی اغلب اکسند هستند. عبارت سوم نادرست است؛ زیرا در ترکیب Mg_2C_3 با کاتیون Mg^{2+} و آنیون C_3^{4-} روبه‌رو هستیم. در این ترکیب نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر ۲ است، اما در ترکیب Fe_2O_3 این نسبت $\frac{2}{3}$ است.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا در فرمول شیمیایی Ca_2SiO_4 در مجموع سه نوع عنصر و هفت اتم وجود دارد.

۷۸. گزینه ۳ درست است.

دیگر پرتوهای الکترومغناطیس مانند امواج رادیویی هم با ماده برهم کنش دارند.

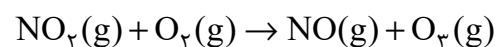
۷۹. گزینه ۱ درست است.

$$ppm = \frac{gr \text{ آلاینده}}{gr \text{ هوا}} \times 10^6$$

$$0.12 = \frac{x}{5 \times 10^6} \times 10^6 \Rightarrow x = 0.6 \text{ g O}_3$$

$$0.6 \text{ g O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{48 \text{ g O}_3} \times \frac{24 \text{ LO}_3}{1 \text{ mol O}_3} = 0.3 \text{ LO}_3$$

براساس واکنش زیر داریم:

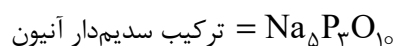
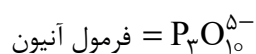


$$0.6 \text{ g O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{48 \text{ g O}_3} \times \frac{1 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol O}_3} \times \frac{46 \text{ g NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{100}{50} = 1.15 \text{ g NO}_2$$

۸۰. گزینه ۱ درست است.

عدد اکسایش هر اتم اکسیژن در این آنیون ۲- است و عدد اکسایش هر اتم فسفر ۵+ می‌باشد. از آنجایی که مجموع عدد اکسایش اتم‌ها در یک یون چند اتمی با بار یون برابر است، می‌توان نوشت:

$$10(-2) + 3(+5) = q \Rightarrow q = -5$$



$$\text{درصد جرمی سدیم} = \frac{115}{368} \times 100 = 31.25$$



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کالان
سازمان بخش آموزش کشور

برگزاری آزمون آزمایشی فرهنگیان

ویژه دانش آموزان پایه دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری

با اهدای سلام و آرزوی سلامتی، ضمن تبریک فرارسیدن نیمه شعبان و ولادت حضرت قائم (عج)، به اطلاع می‌رساند، با توجه به برگزاری آزمون ویژه فرهنگیان و اضافه شدن دفترچه آزمون فرهنگیان در کنکور سراسری، شرکت تعاونی خدمات آموزشی امسال «آزمون آزمایشی فرهنگیان» را به صورت رایگان به آزمون‌های آزمایشی خود (آزمون‌های آزمایشی جامع هدف و نوبت هشتم مرحله‌ای) اضافه نموده‌است.

ضمناً این آزمون در آزمون آزمایشی جامع یک نیز برگزار خواهد شد که اطلاعات تکمیلی آن متعاقباً اعلام خواهد گردید.

لذا داوطلبان علاقه‌مند به شرکت در این آزمون می‌توانند با مراجعه به سایت شرکت به

نشانی www.sanjeshserv.ir در این آزمون‌ها ثبت‌نام و شرکت نمایند.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی

کالان سازمان بخش آموزش کشور