



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – جامع نوبت سوم (۱۴۰۳/۰۳/۱۱)

علوم ریاضی و فنی

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال‌های ارتباطی:

ریاضیات

.۱. گزینه ۲ درست است.

با توجه به صورت تست داریم:

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = 5 \Rightarrow a_{n+1} = 5a_n$$

یعنی a_n دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $q = 5$ است.

از طرفی $a_5^2 = 3a_8$ و چون در یک دنباله هندسی، $a_5^2 = a_2a_8$ پس نتیجه می‌گیریم:

$$a_2 = 3$$

برای محاسبه a_7 داریم:

$$a_7 = a_2q^5 = 3(5)^5$$

برای محاسبه $\frac{S_6}{S'_6}$ نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{S_{12}}{S_6} = 1 + q^6 \text{ است، پس:}$$

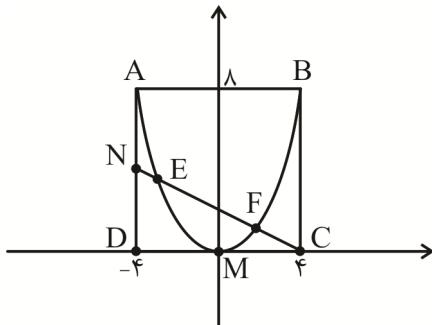
$$\frac{S_6 + S'_6}{S_6} = 1 + q^6 \Rightarrow 1 + \frac{S'_6}{S_6} = 1 + q^6 \Rightarrow \frac{S'_6}{S_6} = q^6 = 5^6 \Rightarrow \frac{S_6}{S'_6} = \frac{1}{5^6}$$

نهایتاً جواب تست برابر است با:

$$a_7 \times \frac{S_6}{S'_6} = 3(5^5) \times \frac{1}{5^6} = \frac{3}{5} = 0.6$$

.۲. گزینه ۳ درست است.

برای راحتی، نقطه M را بر مبدأ مختصات و ضلع DC را بر محور X ها قرار می‌دهیم.



$$f(x) = ax^2 \Rightarrow 4 = 16a \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$f(4) = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

مختصات نقاط E و F از برخورد سهمی و خط $y = \frac{1}{2}x + 2$ و خط $y = -\frac{1}{2}x + 2$ به دست می‌آیند:

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow x_E = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, x_F = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

با جایگذاری طول این نقاط در ضابطه خط (یا سهمی) داریم:

$$\Rightarrow E\left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, \frac{9 + \sqrt{17}}{4}\right), F\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{4}\right)$$

$$\Rightarrow |EF| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(\sqrt{17})^2 + \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2} = \sqrt{17 + \frac{17}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}(17)} = \frac{\sqrt{85}}{2}$$

.۳. گزینه ۲ درست است.

طول پاره خطی که نمودار یک سهمی درجه دو بر روی محور X ها جدا می‌کند، برابر با فاصله صفرهای آن از یکدیگر است:
 $|\alpha - \beta|$ عرض مستطیل طلاibi - طول مستطیل طلاibi

اگر طول و عرض مستطیل طلایی را x و y بنامیم، می‌دانیم:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} \Rightarrow xy + y^2 = x^2 \Rightarrow x^2 - y^2 = xy \Rightarrow$$

$$(x-y)(x+y) = xy \Rightarrow (x-y)\frac{P}{2} = S \Rightarrow x-y = \frac{2S}{P}$$

. ۴. گزینه ۴ درست است.

اگر $a = 4$ باشد، دو نیم خط موازی‌اند و قطعاً تلاقی ندارند.

اگر $a \neq 4$ باشد و نیم خط‌ها را امتداد دهیم، حتماً در نقطه‌ای مانند P تلاقی دارند:

$$ax + 3 = 4x + a + 1 \Rightarrow (a-4)x = a-2 \Rightarrow x_P = \frac{a-2}{a-4}$$

برای اینکه دو نیم خط تلاقی نداشته باشند، کافی است x_P در دامنه مشترک دو نیم خط یعنی $2 \leq x \leq 4$ قرار نگیرد:

$$\frac{a-2}{a-4} < 2 \Rightarrow \frac{a-2}{a-4} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{-a+6}{a-4} < 0 \Rightarrow a < 4 \text{ یا } 6 < a$$

پس اجتماع جواب‌های قابل قبول برای a ، به صورت زیر است:

$$a \leq 4 \text{ یا } 6 < a \rightarrow a \in R - (4, 6]$$

. ۵. گزینه ۲ درست است.

$$g^{-1}(27) = b \Rightarrow g(b) = 27 \Rightarrow f(2b-4) = 27 \Rightarrow f^{-1}(27) = 2b-4$$

از طرفی می‌دانیم:

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - x + 2 \Rightarrow f^{-1}(27) = \sqrt[3]{27} - 27 + 2 = -22$$

پس داریم:

$$2b-4 = -22 \Rightarrow 2b = -18 \Rightarrow b = -9 \Rightarrow g^{-1}(27) = -9$$

پس:

$$\sqrt{-g^{-1}(27)} = \sqrt{-(-9)} = \sqrt{9} = 3$$

. ۶. گزینه ۴ درست است.

با توجه به خواص لگاریتم داریم:

$$(\log_4 x)(\log_4 x) + 2(\log_4 x) - 4 = 0$$

با فرض $\log_4 x = t$ داریم:

$$t^2 + 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = -4, 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_4 x = -4 \Rightarrow x_1 = 4^{-4} \\ \log_4 x = 1 \Rightarrow x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 \times x_2 = 4^{-4} \times 4 = 4^{-3} = \frac{1}{64}$$

. ۷. گزینه ۳ درست است.

تابع $y = f(x-1)$ از انقباض طولی با ضریب $\frac{1}{2}$ ، به دست می‌آید، بنابراین دامنه تابع دوم است.

برد تابع $-1 - 2f(x-1)$ با برد تابع $-1 - 2f(x-1)$ برابر است. بنابراین:

$$0 \leq -2f(x-1) + 1 \leq 3 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq f(x-1) \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq -\frac{1}{2}f(x-1) - 1 \leq -\frac{3}{4} \Rightarrow R_y = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4} \right]$$

اجتماع این بازه‌ها شامل اعداد صحیح $-1, 0, 1$ است.

.۸. گزینه ۳ درست است.

$$\sin(x+y) = \circ/\sqrt{2} \Rightarrow \sin x \cos y + \cos x \sin y = \circ/\sqrt{2}$$

$$\sin(x-y) = \circ/\sqrt{3} \Rightarrow \sin x \cos y - \cos x \sin y = \circ/\sqrt{3}$$

طرفین دو معادله اخیر را با هم جمع می‌کنیم:

$$\sin x \cos y = \circ/\sqrt{5}$$

طرفین دو معادله اخیر را از هم کم می‌کنیم:

$$\cos x \sin y = \circ/\sqrt{2}$$

با تقسیم طرفین دو رابطه اخیر بر هم داریم:

$$\tan x \cot y = \frac{\circ}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{\cot y}{\cot x} = \frac{\circ}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{\cot x}{\cot y} = \frac{\circ}{\sqrt{4}} = \circ/\sqrt{4}$$

.۹. گزینه ۲ درست است.

از دوره تناوب تابع و نمودار آن داریم:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

از طرفی، نمودار تابع از مبدأ گذشته است. یعنی $f(\circ) = \circ$ است:

$$2 + a \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \circ \Rightarrow 2 + \frac{a}{2} = \circ \Rightarrow a = -4$$

در نتیجه $f(x) = 2 - 4 \cos^2\left(bx + \frac{\pi}{4}\right)$ است و ماکزیمم این تابع $m = 2 - \circ = 2$ است.

در آخر با توجه به اتحاد طلایی داریم:

$$f(x) = 2 - 4 \left(\frac{1 + \cos(2bx + \frac{\pi}{2})}{2} \right) = 2 - 2(1 - \sin 2bx) = 2 \sin 2bx$$

در پایان، از آنجا که این تابع در مبدأ نزولی است، پس $b < \circ$ است و با توجه به $|b| = 2$ میفهمیم که $b = -2$ است. پس داریم:

$$m + ab = 2 + (-2)(-4) = 10$$

.۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$2 \sin^2 x - 1 = \sin 4x \Rightarrow -\cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x \Rightarrow$$

$$2 \sin 2x \cos 2x + \cos 2x = \circ \Rightarrow \cos 2x(2 \sin 2x + 1) = \circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = \circ \\ \sin 2x = \frac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ 2x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = \frac{5\pi}{2}$$

.۱۱. گزینه ۳ درست است.

مجموع جواب نامعادله $|x+3| < d$ یک همسایگی محدود متقارن به مرکز -3 و به شعاع d است.

پس یک همسایگی محدود متقارن عدد -3 -به صورت $(-4, c) \cup (2a-1, b+2)$ یا به عبارتی $(2a-1, b+2) \cup (-4, c)$ در

آمده است، برای این منظور باید:

$$\begin{cases} c = -3 \\ 2a - 1 = -3 \Rightarrow a = -1 \end{cases} \Rightarrow (-4, -3) \cup (-3, b+2)$$

با توجه به بازه $(-4, -3)$ ، شاع همسایگی برابر با یک است، پس:

$$\begin{cases} d = 1 \\ b + 2 = -2 \Rightarrow b = -4 \end{cases}$$

$$a - b + c - d = (-1) - (-4) + (-3) - (1) = -1$$

نهایتاً داریم:

۱۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به حضور رادیکال داریم:

$$-x^2 + 2x + 8 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4$$

حالا در این بازه، باید به دنبال ناپیوستگی های تابع $y = x \left[\frac{2}{3}x \right]$ باشیم. می دانیم که نقاط دردرساز، نقاطی هستند که

داخل برآکت را صحیح می کنند:

$$-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow \frac{-4}{3} \leq \frac{2}{3}x \leq \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ \frac{3}{2} \\ 3 \end{cases}$$

اما دقت کنید که $x = 0$ به علت وجود عامل صفر شونده x در پشت برآکت، به جمع نقاط پیوسته بر می گردد و نقاط

ناپیوسته این تابع $\frac{3}{2}$ می باشند. پس تابع در بازه های زیر پیوسته است:

$$(-2, -\frac{3}{2}), (-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}), (\frac{3}{2}, 3), (3, 4)$$

بزرگترین این بازه ها، بازه $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ است و لذا:

$$a = \frac{-3}{2}, b = \frac{3}{2} \Rightarrow b - a = 3$$

۱۳. گزینه ۳ درست است.

به شرطی حاصل حد f در $x = 1$ برابر $-\infty$ است که $x = 1$ ریشه مضاعف مخرج باشد:

$$ax^2 - bx - 2 = a(x-1)^2 \Rightarrow ax^2 - bx - 2 = ax^2 - 2ax + a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b = -2a \\ -2 = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{-2x^2+4x-2} = \frac{2x+1}{-2(x-1)^2}$$

پس داریم:

$$f(ax+b) = f(-2x-4) = \frac{2(-2x-4)+1}{-2(-2x-4-1)^2} = \frac{-4x-7}{-2(2x+5)^2}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xf(ax+b) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 - 7x}{-2(4x^2 + 20x + 25)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2}{-8x^2} = \frac{1}{2}$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

$$\text{ابتدا با توجه به اینکه } f''(x)f'(x) = \frac{1}{3}(f''(x))' \text{ است، داریم:}$$

$$f''(x)f'(x) = \frac{1}{3}(x^3(x^2 - 1))' = \frac{1}{3}(x^5 - x^3)' = \frac{5}{3}x^4 - x^2$$

با جایگذاری $x = 3$ به مقدار ۱۲۶ می‌رسیم.

$$\frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = (\sqrt[3]{x^2 - 1})' = \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}}$$

با جایگذاری $x = 3$ به مقدار $\frac{1}{3}$ می‌رسیم.

$$126 + \frac{1}{3} = 126\frac{1}{3}$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر در $x = 3$ برابر است با:

۱۵. گزینه ۴ درست است.

ابتدا دامنه تابع $f(x)$ را بدست می‌آوریم:

$$f(x) = 2x\sqrt{2-x^2} + 2 \rightarrow 2-x^2 \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

نقاط بحرانی را بدست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2(\sqrt{2-x^2} + x \times \frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}}) = 2\left(\frac{2-x^2-x^2}{\sqrt{2-x^2}}\right) = 2\left(\frac{2-2x^2}{\sqrt{2-x^2}}\right)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2-2x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

برای پیدا کردن مقادیر اکسٹرمم مطلق داریم:

$$\begin{cases} f(-\sqrt{2}) = 2 \\ f(\sqrt{2}) = 2 \\ f(1) = 4 & \text{ماکزیمم مطلق} \\ f(-1) = 0 & \text{مینیمم مطلق} \end{cases} \rightarrow \text{مجموع} = 4$$

۱۶. گزینه ۱ درست است.

$$f(x) = \frac{x-3}{2x-1} : w \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} : \text{محاذب افقی} \end{cases} \rightarrow w\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$g(x) = x^2 + 4x + 2 : \begin{cases} x_{\min} = x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-4}{2(1)} = -2 \\ y_{\min} = g(-2) = -2 \end{cases} \rightarrow \min(-2, -2)$$

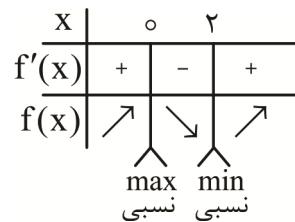
معادله خط گذرنده از نقاط $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $(-2, -2)$ است. پس نقطه عطف تابع h نیز بر خط $y = x$ واقع است:

$$h(x) = x^3 - 3x^2 + a : \begin{cases} x_{\text{عطف}} = \frac{-b}{3a} = \frac{3}{3(1)} = 1 \\ y_{\text{عطف}} = h(1) = a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

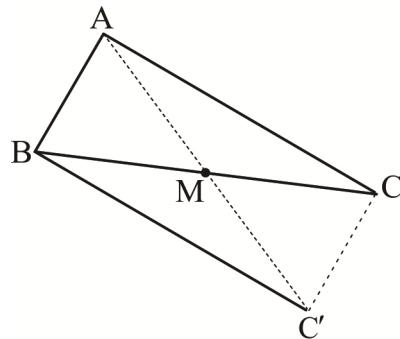
$$h(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$h'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, 2$$

$$h(0) = 1$$



۱۷. گزینه ۴ درست است.



بهترین راهکار برای رسم هر مثلث که در آن، اندازه دو ضلع و میانه وارد بر ضلع سوم داده شده باشد، این است که میانه را به اندازه خود امتداد دهیم. در اینجا هم کافی است میانه AM را به اندازه خودش تا نقطه C' امتداد دهیم؛ در این صورت مثلث ABC' را داریم که اندازه ضلع AB و $AC' = 2AM$ از آن داده شده‌اند و برای تعیین حدود اندازه ضلع سوم (چون $ABC'C$ یک متوازی‌الاضلاع است، پس $BC' = AC'$) از نابرابری مثلثی بهره بگیریم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$(AC' - AB) < BC' < (AC' + AB) \Rightarrow 2 \times 4 - 7 < BC' < 2 \times 4 + 7$$

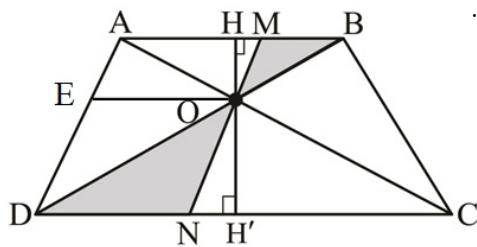
شمار جواب‌های طبیعی $= 14 - 2 + 1 = 13$

$$\Rightarrow 1 < BC' < 15 \xrightarrow{BC' \in \mathbb{N}} 2 \leq BC' \leq 14 \Rightarrow BC'$$

توجه: در واقع برای هر مقدار پذیرفتی برای AC ، این زاویه $\hat{AC'B}$ است که تغییر می‌کند و اندازه‌های AB و M ثابت‌اند.

۱۸. گزینه ۳ درست است.

از O خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا به نتیجه تالس در ذوزنقه داریم.



$$EO = \frac{4 \times 6}{4+6} = 2/4$$

$$MB = AB - AM = 4 - EO = 4 - 2/4$$

$$MB = 1/6$$

$$DN = EO = 2/4$$

$$\triangle ABO \sim \triangle DOC \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{4}{6}$$

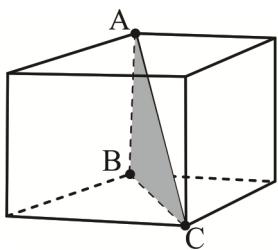
$$OH = 2h, OH' = 3h \rightarrow OH + OH' = 5 \rightarrow h = 1$$

$$S_{OMB} + S_{ODN} = \frac{1}{2}(1/4 \times 2) + \frac{1}{2}(2/4 \times 3) = 5$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.

پاره خط AB بر کف مکعب عمود است این پاره خط بر BC نیز عمود است.

مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است.



$$AC = a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{2}, AB = a$$

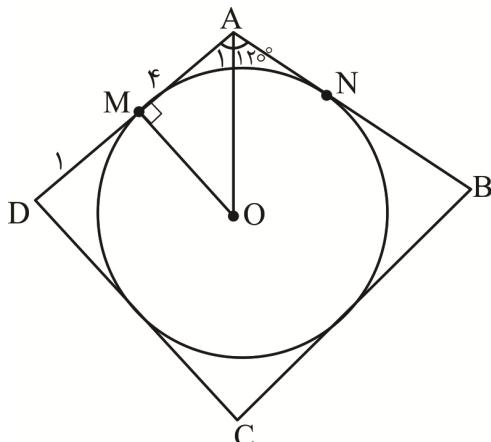
$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin \hat{C} + \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{3}(1 + \sqrt{2})$$

۲۰. گزینه ۲ درست است.

O مرکز دایره محاطی چند ضلعی محیطی ABCD است. O را به A و M وصل می‌کیم:



$$\hat{A}_1 = 60^\circ, \hat{M} = 90^\circ$$

$$OAM : \tan 60^\circ = \frac{OM}{AM} \Rightarrow r = OM = 4\sqrt{3}$$

شعاع دایره محاطی

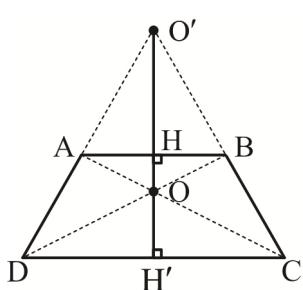
چهار ضلعی محیطی است. لذا

$$2P = AB + BC + DC + AD = 2(AD + BC) \Rightarrow P = AD + BC = 5 + BC$$

$$\text{از طرفی } r = \frac{s}{p} \text{ شعاع دایره محیطی}$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}(5 + BC) \Rightarrow BC = 1$$

۲۱. گزینه ۱ درست است.



$$\triangle ABO \sim \triangle DOC \rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{DC} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{4}{1} \rightarrow \frac{OH}{OH + OH'} = \frac{4}{14}$$

$$OH = \frac{12}{7}$$

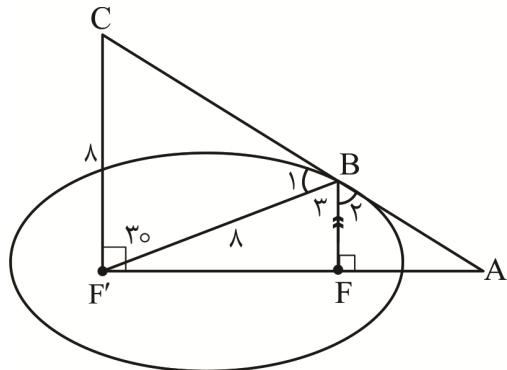
$$\triangle O'AB \sim \triangle O'DC \rightarrow \frac{O'H}{O'H'} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{O'H}{O'H + 6} = \frac{4}{1} \rightarrow \frac{O'H}{6} = \frac{4}{1} \rightarrow O'H = 4$$

$$S_{O'AOB} = \frac{1}{2} AB \times O'O = \frac{1}{2} \times (4) \left(4 + \frac{12}{7} \right) = \frac{80}{7}$$

۲۲. گزینه ۴ درست است.
B روی بیضی قرار دارد.

$$2a = 14, a = 7$$

$$BF = \frac{b^2}{a} = 6 \Rightarrow b^2 = 42 \rightarrow b = \sqrt{42}, c^2 = a^2 - b^2 = 49 - 42 = 7 \quad c = \sqrt{7}$$



$$\begin{aligned} BF + BF' &= 14 \xrightarrow{BF=6} BF' = 8 \\ CF' &= BF' = 8 \\ A = 15, F' = 90 &\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 75 \\ B_1 = B_2 = 75, B_3 &= 30^\circ \end{aligned}$$

در مثلث BCF' بنابر قضیه کسینوس داریم:

$$BC^2 = BF'^2 + CF'^2 - 2BF'(CF')\cos 30^\circ = 64 + 64 - 2(8)(8)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$BC^2 = 64(2 - \sqrt{3})$$

$$= 6 + 8 + 8 + 8\sqrt{2 - \sqrt{3}} = 22 + 8\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

$$A^5 = A^3 \times A^2 \Rightarrow A^2 = (A^3)^{-1} \times A^5 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -31 \\ 0 & 32 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & -24 \\ 0 & 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\left(A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^3)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$A^2 = A^3 \times A \Rightarrow A = (A^3)^{-1} \times A^2 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\left(A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^3)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Rightarrow A = 1 - 1 + 0 + 2 = 2$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.

$$A = kI \Rightarrow AB = BA$$

$$(A + 2B)(A - 3I) = A^2 - 3AB + 2BA - 6B^2$$

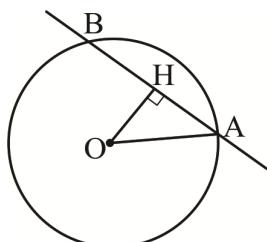
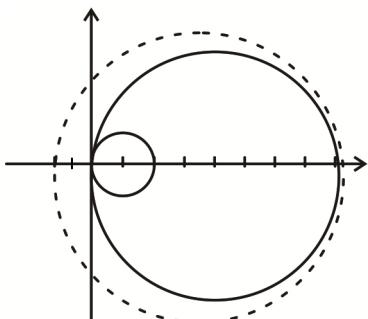
$$= A^2 - AB - 6B^2$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & 4 & 20 \\ -12 & -3 & 1 \\ 4 & -8 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درآیهای} = -7$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

دو دایره را رسم می‌کنیم. دایره اول مرکز $(1, 0)$ و شعاع یک و دایره دوم مرکز $(3, 0)$ و شعاع ۵ دارد. بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر دو دایره مماس است، دایره‌ای به مرکز $(4, 0)$ و به شعاع ۴ است.



$$r = OA = 4, OH = \frac{|4 - 0 - 6|}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2}$$

$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 16 - 2 = 14$$

$$AB = 2AH = 2\sqrt{14}$$

۲۶. گزینه ۴ درست است.

روش اول:

$$y = mx + c \xrightarrow{M(-3, -1)} -1 = -3m + c \Rightarrow c = 3m - 1$$

$$\Rightarrow y = mx + (3m - 1) \xrightarrow{\text{تلاقی با سهمی}} \begin{cases} y + 1 = mx + 3m \\ (y + 1)^2 = 4(x + 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (mx + 3m)^2 = 4x + 8 \Rightarrow m^2x^2 + 6m^2x + 9m^2 - 4x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow m^2x^2 + (6m^2 - 4)x + 9m^2 - 8 = 0$$

خط مماس و سهمی فقط در یک نقطه یکدیگر اشتراک دارند؛ بنابراین معادله درجه دوم بالا باید یک ریشه داشته باشد، یعنی $\Delta = 0$

$$\Delta = (6m^2 - 4)^2 - 4(m^2)(9m^2 - 8) = 0$$

$$\Rightarrow 36m^4 - 48m^2 + 16 - 36m^4 + 32m^2 = 0 \Rightarrow 16 = 16m^2 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$m = 1 \rightarrow y = x + 2 \rightarrow (x + 3)^2 = 4(x + 2) \Rightarrow x = -1, (-1, 1)$$

روش دوم:

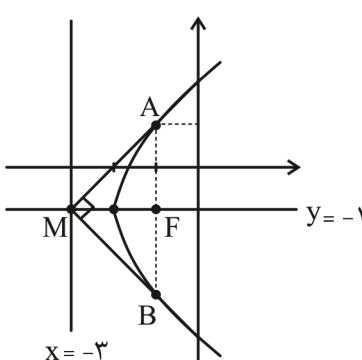
نقطه M نقطه تلاقی محور تقارن خطوط های سهمی است.

مماس‌هایی که از M بر سهمی رسم می‌شوند نقطه تماس روی وتر که از F بر

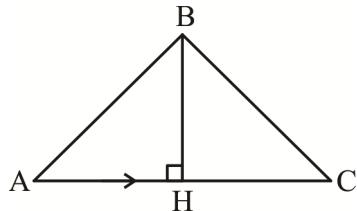
محور تقارن عمود است قرار دارد.

پاره خط AB دارای معادله $x = -1$ است. با جایگذاری در معادله سهمی داریم:

$$\begin{aligned} x = -1 &\Rightarrow y = 1, -3 \\ &(-1, 1) \\ &(-1, -3) \end{aligned}$$



.۲۷. گزینه ۲ درست است.



تصویر قائم بردار \overrightarrow{AB} روی ضلع \overrightarrow{AC} است.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (1, -2, -2)$$

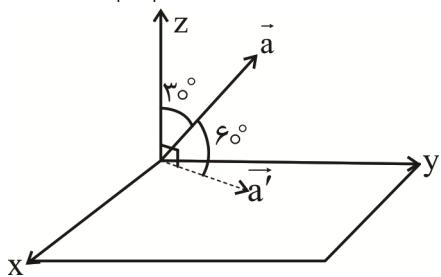
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (1, 1, -1)$$

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} \overrightarrow{AC} = \frac{1-2+2}{3} (1, 1, -1) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right)$$

.۲۸. گزینه ۱ درست است.

$$\vec{a} = (0, -2, 2\sqrt{3})$$

$$\cos \gamma = \frac{\vec{a} \cdot \vec{a}'}{|\vec{a}| |\vec{a}'|} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \gamma = 30^\circ$$



محور Zها بر صفحه XOY عمود است؛ بنابراین زاویه بین بردار و صفحه XOY برابر 60° درجه است.

.۲۹. گزینه ۴ درست است.

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها و هم ارزی‌های منطقی خواهیم داشت:

گزینه ۱ همواره درست است.

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	د	د

گزینه ۲ همواره درست است.

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$$

گزینه ۳ همواره درست است

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د

گزینه ۴

$$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim (p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv [\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge [\sim q \vee (p \wedge q)]$$

$$\equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \wedge \underbrace{(\sim p \vee q)}_{p \Rightarrow q} \wedge \underbrace{(\sim q \vee p)}_{q \Rightarrow p} \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_T \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} & [(A \cup B') \cap (B \cup A')] \cup C' = [(A \cup B') \cap (B \cup A')]' \cap C' \\ & = [(A \cup B')' \cup (B \cup A')'] \cap C' = [(A' \cap B) \cup (B' \cap A)] \cap C' = [(A - B) \cup (B - A)] - C \end{aligned}$$

یا توجه به گزینه‌ها، گزینه ۳ نمودار وزن متناظر یا این مجموعه است.

۳۱. گزنه ۱ درست است.

روش اول:

$$\left\{ \begin{array}{l} n(S) = \binom{64}{2} = \frac{64 \times 63}{2} = 32 \times 63 \\ n(A) = \binom{8}{1} \binom{8}{2} = 8 \times \frac{8 \times 7}{2} = 8 \times 28 \end{array} \right. \Rightarrow P(A) = \frac{8 \times 28}{32 \times 63} = \frac{8 \times 4 \times 7}{32 \times 9 \times 7} = \frac{1}{9}$$

یک صف از ۸ نفر ۲ نفر از ۸ نفر

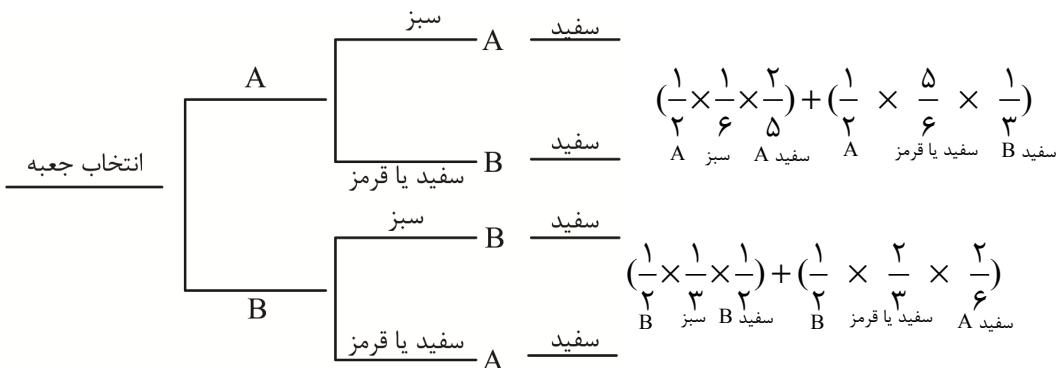
روش دوم: می‌توانیم سربازها را پشت سر هم بدون جایگذاری انتخاب کنیم و سپس با استفاده از قانون ضرب احتمال مطلوب را حساب کنیم. برای انتخاب اولین سرباز هیچ قیدی وجود ندارد، پس همهٔ ۶۴ نفر مطلوب هستند. اما برای انتخاب

سرباز دوم، مطلوب آن است که با اولین سرباز، هم‌صف باشد. بنابراین احتمال مطلوب برابر است با :

۳۲. گزینه ۱ درست است.

سبز ۱ سفید ۲ قرمز ۳	سبز ۱ سفید ۱ قرمز ۱
A	B

با توجه به نمودار زیر و قانون احتمال کل، احتمال مطلوب به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\text{احتمال سفید بودن مهره دوم} = \frac{1}{30} + \frac{5}{36} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{6+25+15+20}{180} = \frac{66}{180} = \frac{11}{30}$$

۳۳. گزینه ۱ درست است.

اگر میانگین داده‌های کوچک‌تر از چارک اول با میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر باشد، آنگاه همه داده‌ها با هم برابرند. از طرفی دیگر با اضافه شدن داده‌های ۲۶، ۲۵، ۲۴ و ۲۷ به داده‌های اولیه، میانگین تغییر نمی‌کند، پس میانگین ۱۶ داده اولیه با میانگین ۴ داده جدید برابر است:

$$\bar{x} = \frac{22 + 25 + 26 + 27}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

پس میانگین ۱۶ داده اول برابر ۲۵ است. از طرفی همه این داده‌ها با هم برابرند، پس همه ۱۶ داده اول برابر با ۲۵ هستند. حالا می‌توانیم واریانس ۲۰ داده را به صورت زیر حساب کنیم:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|ccccccc|} \hline
 x_i & ۲۵ & ۲۵ & \dots & ۲۵ & ۲۲ & ۲۵ & ۲۶ & ۲۷ \\ \hline
 x_i - \bar{x} & \circ & \circ & & \circ & -۳ & \circ & ۱ & ۲ \\ \hline
 (x_i - \bar{x})^2 & \circ & \circ & \dots & \circ & ۹ & \circ & ۱ & ۴ \\ \hline
 \end{array} \\
 \text{تا } ۱۶
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{20} = \frac{\circ + \circ + \dots + \circ + ۹ + \circ + ۱ + ۴}{20} = \frac{۱۴}{20} = ۰.۷$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$5a - 1 \equiv a + 1 \Rightarrow 4a \equiv 2 \xrightarrow{\div 2} 2a \equiv 1 \equiv 6 \xrightarrow{\div 2} a \equiv 3 \Rightarrow a = 5k + 3$$

$$\xrightarrow{k=1} a = 5 + 3 = 8 \Rightarrow 8 \equiv (-1)^{5+1} \equiv -1 \equiv 1$$

۳۵. گزینه ۳ درست است.

شرط آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ در \mathbb{Z} جواب داشته باشد، آن است که $(a, b) | c$ باشد:

$$\begin{array}{l}
 (2a + 3, 3a + 1) | 12 \quad \text{فرض} \quad (2a + 3, 3a + 1) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 2a + 3 \\ d | 3a + 1 \end{cases} \\
 \Rightarrow \begin{cases} d | 6a + 9 \\ d | 6a + 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 7 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7
 \end{array}$$

با توجه به این که $d \neq 12$ بنابراین $d = 1$ است. پس باید اعداد صحیح $2a + 3$ و $3a + 1$ نسبت به هم اول باشند تا این معادله در \mathbb{Z} جواب داشته باشد. برای یافتن تعداد اعداد دو رقمی a به طوری که اعداد $2a + 3$ و $3a + 1$ نسبت به هم اول باشند، ابتدا فرض می‌کنیم که a این دو عدد برابر ۷ باشد و با این فرض تعداد اعداد دو رقمی را پیدا می‌کنیم. سپس این عدد را از تعداد کل اعداد دو رقمی یعنی 90 کم می‌کنیم تا تعداد اعداد مطلوب به دست آید:

$$(2a + 3, 3a + 1) = 7 \Rightarrow 2a + 3 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv -3 \equiv 4 \Rightarrow a \equiv 2$$

$$\Rightarrow a = 7k + 2 \Rightarrow 10 \leq 7k + 2 \leq 99 \Rightarrow 8 \leq 7k \leq 97$$

$$\Rightarrow 2 \leq k \leq 13 \Rightarrow 13 - 2 + 1 = 12$$

پس به ازای ۱۲ عدد دو رقمی $b = m$ و $m = 3a + 1$ و $2a + 3$ برابر ۷ است و در نتیجه تعداد اعداد دو رقمی مطلوب برابر است با: $90 - 12 = 78$

۳۶. گزینه ۲ درست است.

هر گراف C_n رأس درجه ۲ دارد و هر گراف P_m دارای $(m-2)$ رأس درجه ۲ و دو رأس درجه ۱ است. بنابراین حاصل ضرب درجات رأس‌های گراف G به صورت زیر است:

$$\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n \text{ تا}} \times \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 1 \times 1}_{(m-2) \text{ تا}} = 32$$

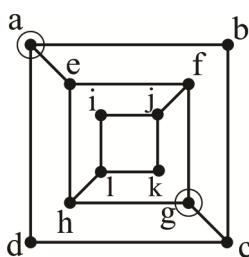
$$\Rightarrow 2^{n+m-2} = 2^5 \Rightarrow n + m - 2 = 5 \Rightarrow n + m = 7$$

با توجه به این $n \geq 2$ و $m \geq 2$ است، حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

$$n = 3, m = 4 \Rightarrow \begin{array}{c} \triangle \\ \bullet \bullet \bullet \end{array}$$

$$n = 4, m = 3 \Rightarrow \begin{array}{c} \square \\ \bullet \bullet \bullet \end{array}$$

$$n = 5, m = 2 \Rightarrow \begin{array}{c} \diamond \\ \bullet \bullet \end{array}$$



۳۷. گزینه ۳ درست است.

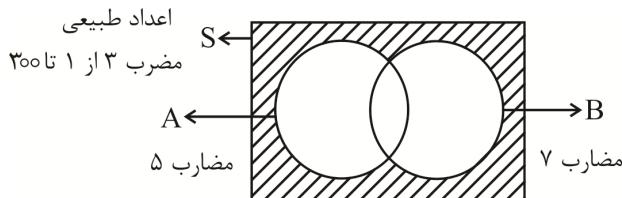
هر ۷- مجموعه شامل رأس‌های a و g، رأس‌های f، c، e، d، b و h را احاطه می‌کند. بنابراین باید رأس‌هایی را انتخاب کنیم تا رأس‌های باقی‌مانده یعنی i، j، k و l احاطه شوند. برای احاطه کردن این ۴ رأس با توجه به شکل به شکل به ۲ رأس نیاز داریم. این ۲ رأس عبارتند از :

$$\{i, j\}, \{i, k\}, \{i, l\}, \{j, k\}, \{j, l\}, \{k, l\}, \{j, h\}, \{l, f\}$$

بنابراین ۸ مجموعه احاطه‌گر مینیموم شامل a و g وجود دارد.

۳۸. گزینه ۴ درست است.

اگر مجموعه مرجع را اعداد طبیعی نابیشتر از ۳۰۰ و مضرب ۳ فرض کنیم، آنگاه می‌توانیم تعداد اعداد مطلوب را به صورت زیر بدست آوریم:



$$S = \{x : x \in \mathbb{N}, x \leq 300, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$A = \{x : x \in S, x = 5k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : x \in S, x = 7k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد اعداد مطلوب} &= |A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = \left[\frac{300}{3} \right] - \left(\left[\frac{300}{15} \right] + \left[\frac{300}{21} \right] - \left[\frac{300}{105} \right] \right) \\ &= 100 - (20 + 14 - 2) = 100 - 32 = 68 \end{aligned}$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.

ابتدا ۲ مهره از ۷ مهره را انتخاب می‌کنیم و در جعبه اول قرار می‌دهیم. این کار به طریق امکان‌پذیر است. حالا ۵ مهره دیگر و ۳ جعبه دیگر داریم و باید مهره‌ها را طوری در جعبه‌ها قرار دهیم که هیچ جعبه‌ای خالی نماند. تعداد حالت‌های ممکن برابر است با تعداد توابع پوشای از مجموعه ۵ عضوی مهره‌ها به مجموعه ۳ عضوی جعبه‌ها. تعداد توابع پوشای از مجموعه m عضوی به مجموعه ۳ عضوی ($m \geq 3$) از رابطه $3^m - 3 \times 2^m + 3 = 3^m - 3 \times 2^m + 3$ بدست می‌آید. بنابراین:

$$m = 5 \Rightarrow 3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 243 - 96 + 3 = 150$$

پس تعداد کل حالت‌های مطلوب برابر است با: $21 \times 150 = 3150$

۴۰. گزینه ۲ درست است.

اگر a عددی زوج باشد، آنگاه:

$$a = 2k \Rightarrow 2k = 14q + r \Rightarrow r = 2k - 14q = 2(k - 7q) = 2k'$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم عدد زوج a بر ۱۴ نیز عددی زوج است از طرفی دیگر $r \leq 14$ است.

به عبارت دیگر باقی‌مانده تقسیم عدد زوج a بر ۱۴ می‌تواند یکی از اعداد ۰، ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰ یا ۱۲ باشد. بنابراین براساس اصل لانه کبوتر و با توجه به آن که ۷ باقی‌مانده مختلف (۷ لانه) وجود دارد، حداقل مقدار n (حداقل تعداد کبوترها) برابر است با:

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

$$F = ILB \sin \theta \rightarrow B = \frac{F}{IL} \rightarrow [B] = \frac{\text{kg} \cdot \frac{m}{s^2}}{A \cdot m} = \frac{\text{kg}}{A \cdot s^2}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I \rightarrow \mu_0 = \frac{BL}{NI} \rightarrow [\mu_0] = \frac{A \cdot s^2}{A} = \frac{\text{kg} \cdot m}{A^2 \cdot s^2}$$

(دهم - فصل ۱)

۴۲. گزینه ۴ درست است.

اتم هیدروژن را کره در نظر می‌گیریم، پس حجم آن از رابطه $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ به دست می‌آید.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1/5 \times 10^{-27}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1/5 \times 10^{-27}}{4 \times (\frac{1}{2} \times 10^{-10})^3} = \frac{1/5 \times 10^{-27}}{4 \times \frac{1}{8} \times 10^{-30}}$$

$$\rho = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(دهم - فصل ۱)

۴۳. گزینه ۳ درست است.

گزاره‌های (الف) و (ب) و (ت) درست هستند.

در گزاره (پ) سطح مایع همانند سطح آب در لوله موئین شیشه‌ای فرورفته است.

در گزاره (ث) افزایش دما باعث کاهش نیروی بین مولکولی و درنتیجه کوچک شدن قطره‌ها می‌شود. (دهم - فصل ۲)

۴۴. گزینه ۱ درست است.

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 70 = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$F = P \times A = 8 \times 10^5 \times (0.5)^2 = 2 \times 10^5 \text{ N}$$

(دهم - فصل ۲)

۴۵. گزینه ۳ درست است.

با کمک نمودار فشار هوا را در ارتفاع‌های ۳ کیلومتری و ۹ کیلومتری پیدا می‌کنیم:

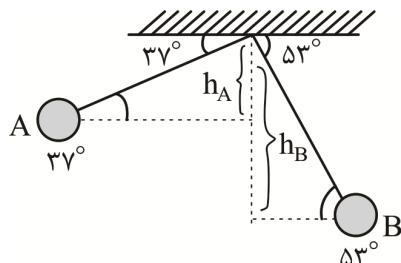
$$h_1 = 3 \text{ km} \rightarrow P_1 = 70 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$h_2 = 9 \text{ km} \rightarrow P_2 = 30 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\Delta P = \bar{\rho} g \Delta h \rightarrow 70 \times 10^3 - 30 \times 10^3 = \bar{\rho} \times 10 \times (9000 - 3000)$$

$$\bar{\rho} = \frac{70 - 30}{10(9 - 3)} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۴۶. گزینه ۲ درست است.



$$h_A = \ell \sin 37^\circ = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ m}$$

$$h_B = \ell \sin 53^\circ = 2 \times 0.8 = 1.6 \text{ m}$$

$$W_f = \Delta E = \cancel{AK} + \Delta U = mg\Delta h = 2 \times 10 \times (-0.4) = -8 \text{ J}$$

(دهم - فصل ۳)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

دمای دماسنج نامتعارف را y می‌نامیم.

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = 2^\circ, y_1 = 1^\circ \\ \theta_2 = 4^\circ, y_2 = 5^\circ \end{array} \right\} \rightarrow y = A\theta + B \quad A = \frac{\Delta y}{\Delta \theta} = \frac{5^\circ - 1^\circ}{4^\circ - 2^\circ} = \frac{4^\circ}{2^\circ} = 2$$

$$y = 2\theta + B \xrightarrow{\theta=2^\circ, y=1^\circ} 1^\circ = 2(2^\circ) + B \rightarrow B = -3^\circ \rightarrow y = 2\theta - 3^\circ$$

$$y = \theta \rightarrow \theta = 2\theta - 3^\circ \rightarrow \theta = 3^\circ \text{ C}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$L_{Al} = L_{o Al} + \Delta l_{Al} = 2000 + 2000(2.5 \times 10^{-5}) \times 200 = 2010 \text{ mm}$$

$$L_{Cu} = L_{o Cu} + \Delta l_{Cu} = 4000 + 4000(1.5 \times 10^{-5}) \times 200 = 4012 \text{ mm}$$

$$\Delta l = 4012 - 2010 = 2002 \text{ mm}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۹. گزینه ۲ درست است.

فرض کنیم دمای آب به دست آمده $\theta^{\circ}\text{C}$ باشد.

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_1 L_f + m_1 c_2 \Delta\theta_2 \\ = ۰/۰۱۶ \times ۲۱۰ \times ۲۰ + ۰/۰۱۶ \times ۳۳۶ \times ۰۰ + ۰/۰۱۶ \times ۴۲۰ \times \theta$$

$$Q_2 = -m_2 L_v + m_2 c_2 \Delta\theta_2 \\ = -۰/۰۰۴ \times ۲۲۶ \times ۰۰ + ۰/۰۰۴ \times ۴۲۰ \times (۱۰۰ - \theta)$$

$$Q_1 + Q_2 = ۰ \rightarrow \theta = ۵۶^{\circ}\text{C}$$

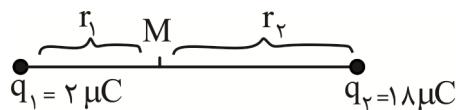
(دهم - فصل ۴)

۵۰. گزینه ۴ درست است.

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2}$$

$$\rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = ۳, r_1 + r_2 = ۱۰\text{ cm}$$

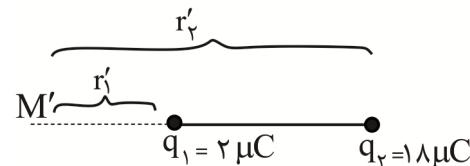
$$\rightarrow r_1 = ۲/۵\text{ cm}$$



$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1'} = \frac{kq_2}{r_2'}$$

$$\rightarrow \frac{r_2'}{r_1'} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = ۳, r_2' - r_1' = ۱۰\text{ cm} \rightarrow r_1' = ۵\text{ cm}$$

$$r_1 + r_1' = ۲/۵ + ۵ = ۷/۵\text{ cm}$$



(دهم - فصل ۱)

۵۱. گزینه ۲ درست است.

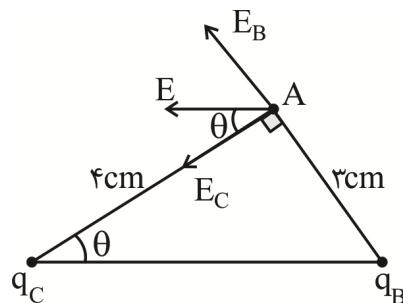
$$E_C = E \cos \theta = \frac{E}{5}$$

$$E_B = E \sin \theta = \frac{3}{5} E$$

$$\frac{E_B}{E_C} = \frac{\frac{k |q_B|}{r_B}}{\frac{k |q_A|}{r_A}} \Rightarrow \frac{3}{5} E = \frac{\frac{|q_B|}{(۰/۰۳)^۲}}{\frac{|q_A|}{(۰/۰۴)^۲}} \rightarrow$$

$$\frac{3}{4} = \frac{|q_B|}{|q_A|} = \left| \frac{q_B}{q_A} \right| \times \frac{4^2}{3^2} \rightarrow \left| \frac{q_B}{q_A} \right| = \frac{3^3}{4^2} = \frac{۲۷}{۶۴}$$

با توجه به جهت میدان‌های E_C و E_B مشخص می‌شود که q_A و q_B ناهمنام هستند.



(یازدهم - فصل ۱)

۵۲. گزینه ۴ درست است.

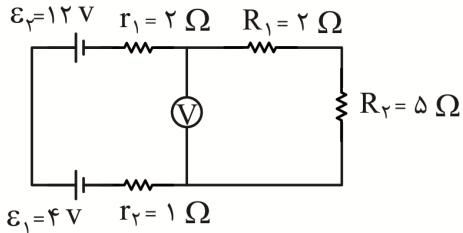
$$\vec{F} = \vec{E}q = -5000 \times (6 \times 10^{-6}) = -30 \times 10^{-3} N\vec{i}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-30 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}} = -7.5 \frac{m}{s^2} \vec{i}$$

$$t = \left| \frac{V_0}{a} \right| = \left| \frac{90}{-7.5} \right| = 12s$$

(یازدهم - فصل ۱)

۵۳. گزینه ۳ درست است.

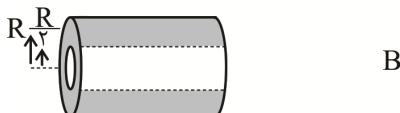
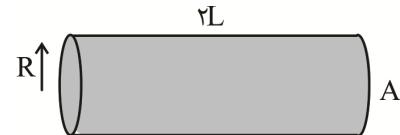


$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{12 - 4}{2 + 5 + 2 + 1} = \frac{8}{10} = 0.8 A$$

$$V = R_1 I + R_2 I = 2 \times 0.8 + 5 \times 0.8 = 5.6 V$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۴. گزینه ۱ درست است.



$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۵. گزینه ۴ درست است.

$$R_1 R_2 = r^2 \rightarrow 0.5 \times R_2 = 2^2 \rightarrow R_2 = \frac{4}{0.5} = 8 \Omega$$

(یازدهم - فصل ۲)

$$\begin{aligned} & F_B \uparrow \quad v \rightarrow \quad qvB \sin \theta = Eq \\ & vB = E \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{100}{2} = 50 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

۵۶. گزینه ۳ درست است.

(یازدهم - فصل ۴)

۵۷. گزینه ۲ درست است.

$$t_1 = \frac{1}{400} \Rightarrow \phi_1 = 5 \times 10^{-2} \cos(200\pi \times \frac{1}{400}) = 0$$

$$t_2 = \frac{1}{200} \Rightarrow \phi_2 = 5 \times 10^{-2} \cos(200\pi \times \frac{1}{200}) = -5 \times 10^{-2} Wb$$

$$\bar{e} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -60 \times \frac{-5 \times 10^{-2} - 0}{\frac{1}{200} - \frac{1}{400}} = -60 \times \frac{-5 \times 10^{-2}}{\frac{1}{400}} = 1200 V$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۸. گزینه ۱ درست است.

$$t_2 = \Delta s \text{ تا } t_1 = ۳s : \Delta x_1 = v_{av_1} \times \Delta t = ۶ \times ۲ = ۱۲m$$

$$t_2 = \Delta s \text{ تا } t_2 = ۵s : \Delta x_2 = v_{av_2} \times \Delta t = (-۲) \times (۳) = -۶m$$

$$t_2 = \Delta s \text{ تا } t_1 = ۳s : v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۲ + (-۶)}{۵} = \frac{۶}{۵} = ۱.۲ \frac{m}{s}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۵۹. گزینه ۲ درست است.

در بازه زمانی ۴S تا ۸S دو متحرک خلاف جهت هم حرکت می‌کنند.

ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار مکان هر متحرک را در لحظه $t_1 = ۴s$ به دست می‌آوریم.

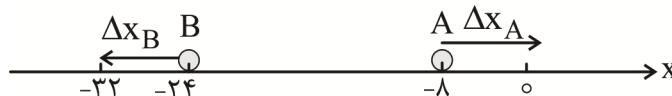
$$x_A = \frac{-4 \times 4}{2} = -8m$$

$$x_B = \frac{-8 + (-4)}{2} \times 4 = -24m$$

سپس با کمک مساحت زیر نمودار جایه‌جایی هر کدام را در بازه زمانی ۴S تا ۸S حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_A = \frac{4 \times 4}{2} = +8m$$

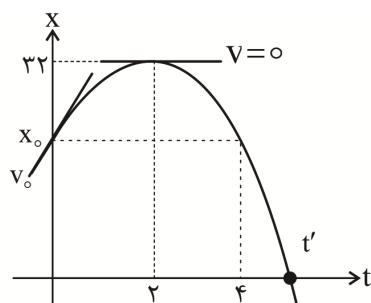
$$\Delta x_B = \frac{-4 \times 4}{2} = -8m$$



(دوازدهم - فصل ۱)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

از رأس سهمی تا ریشه سهمی (t') بردار مکان در جهت محور x و بردار سرعت خلاف جهت آن است. ابتدا معادله سهمی و سپس ریشه آن را به دست می‌آوریم:



$$t = ۴s \text{ تا } t = ۰ \text{ بازه } l = S_{av} \times \Delta t = ۶ \times ۴ = ۲۴m = ۲ \times (32 - x_0) \rightarrow x_0 = ۲۴m$$

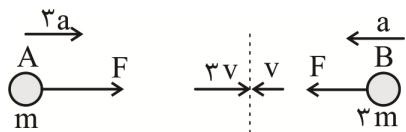
$$t = ۲s \text{ تا } t = ۰ \text{ بازه } \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \rightarrow \lambda = \frac{v_0 + ۰}{2} \times ۲ \rightarrow v_0 = \lambda \frac{m}{s}$$

$$t = ۲s \text{ تا } t = ۰ \text{ بازه } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - \lambda}{۲} = -\lambda \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -\lambda t^2 + \lambda t + 24 \xrightarrow{\text{ریشه}} t' = ۶s$$

بازه مورد نظر از $t = ۲s$ تا $t' = ۶s$ است. (دوازدهم - فصل ۱)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

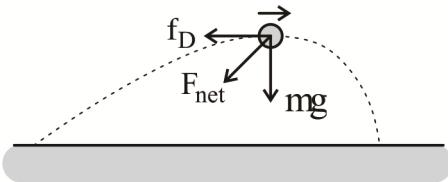


نیروی وارد بر دو گوی هماندازه است، زیرا نیروها عمل و عکس العمل هستند.

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{F}{m}}{\frac{F}{3m}} = 3 \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{a_A \Delta t}{a_B \Delta t} = 3 \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{1}{3} \times (3)^2 = 3$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۲. گزینه ۱ درست است.



$$F_{net} = ma = 0.2 \times 26 = 5.2 \text{ N}$$

$$mg = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

$$f_D = \sqrt{F_{net}^2 - mg^2} = \sqrt{5.2^2 - 2^2} = 4.8 \text{ N}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۳. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned} & \text{Left diagram: } \tan \theta = \frac{N}{f_k} = \frac{mg}{mg\mu_k} = \frac{1}{\mu_k} \\ & \text{Right diagram: } \tan \theta' = \frac{N'}{f'_k} = \frac{2mg}{2mg\mu_k} = \frac{1}{\mu_k} \\ & \tan \theta = \tan \theta' \rightarrow \theta = \theta' \end{aligned}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8s \quad \Delta t = t_2 - t_1 = 12/5 - 0/5 = 12s$$

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow \Delta t = \frac{3}{2} T$$

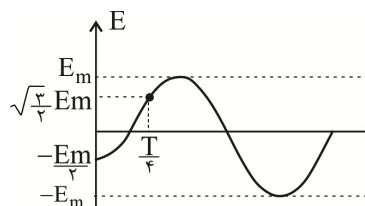
در هر $\frac{T}{2}$ نوسان گر مسافت $2A$ را طی می کند؛ بنابراین:

$$1 = 3 \times (2A) = 6A = 12m$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۵. گزینه ۳ درست است.

ابتدا بردار میدان الکتریکی را در t_0 به دست می آوریم که $\vec{E}_{max} \hat{i}$ می شود.



پس اندازه میدان مغناطیسی هم در لحظه t_0 برابر $\frac{T}{4}$ می شود و

جهت آن از قانون دست راست به دست می آید.

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 46 = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 46 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$4 + 0.6 = \log 10^4 + \log 2^5 = \log 4 \times 10^4 \rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 4 \times 10^4 \rightarrow I = 4 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2}$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۷. گزینه ۲ درست است.

$$n' = 3 : \text{پاشن} \quad \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{900} \rightarrow \lambda_{\min} = 900 \text{ nm}$$

$$n' = 2 : \text{بالمر} \quad \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{9-4}{36} \right) = \frac{5}{3600} \rightarrow \lambda_{\max} = 720 \text{ nm}$$

$$900 - 720 = 180 \text{ nm}$$

(دوازدهم - فصل ۵)

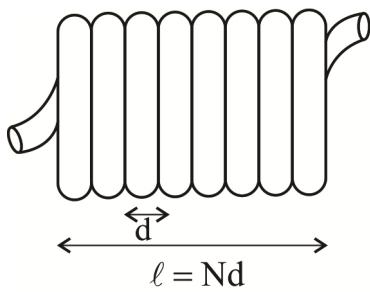
۶۸. گزینه ۲ درست است.

بور جذب‌کننده نوترون است، ولی بقیه گزینه‌ها کندکننده نوترون هستند. (دوازدهم - فصل ۵)

۶۹. گزینه ۳ درست است.

فرض کنید تعداد حلقه‌ها در هر سیم‌لوله N باشد که N برابر حاصل تقسیم طول سیم بر محیط استوانه است و در هر دو سیم‌لوله عدد یکسانی است.

طول سیم‌لوله N برابر قطر سیم است؛ پس طول سیم‌لوله A، ۲ برابر B است.



$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{l_B}{l_A} = \frac{1}{2}$$

(یازدهم - فصل ۵)

۷۰. گزینه ۱ درست است.

$$V_{m_2} = \frac{N_2}{N_1} V_{m_1} = \frac{4}{5} \times 10 = 8 V$$

$$u = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 64 = 32 \times 5 = 160 \mu J$$

(یازدهم - فصل ۵)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

برای بهدست آوردن فشار مطلق، فشار پیمانه‌ای را با P₀ جمع می‌کنیم.

$$P_3 = 1/2 + 1 = 2/2 \text{ atm}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 + P_3 V_3 \rightarrow P \times 20 = 2 \times 8 + 2/2 \times 20 \rightarrow P = 3 \text{ atm}$$

(دهم - فصل ۵)

۷۲. گزینه ۴ درست است.

$$E = \frac{40}{100} \times 2000 = 800 \text{ J}$$

$$P = f \times E = 20 \times 800 = 16000 \text{ W} = 16 \text{ kW}$$

(دهم - فصل ۵)

۷۲. گزینه ۴ درست است.

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{\lambda_0 \times 10^7}{5 \times 10^7}\right)^3 = 16^3 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 4^3 = 64$$

$$T_2 = 64 \times T_1 = 64 \times 3 = 192$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۷۳. گزینه ۲ درست است.

$$f = \frac{nV}{2L} = \frac{4 \times 170}{2 \times 2} = 170 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{340}{170} = 2 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۴)

۷۴. گزینه ۳ درست است.

$$K_{\max_1} = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0 = \frac{1200}{600} - W_0 = 2 - W_0$$

$$K_{\max_2} = \frac{hc}{\lambda_2} - W_0 = \frac{1200}{400} - W_0 = 3 - W_0$$

$$K_{\max_2} - K_{\max_1} = (3 - W_0) - (2 - W_0) = 1 \text{ eV}$$

(دوازدهم - فصل ۵)

شیمی

۷۵. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} p + n = 52 \\ n + p - 3 = 7(n - p + 3) \end{cases} \Rightarrow p = 24 \Rightarrow \text{Cr}$$

عبارت اول درست است. بالاترین عدد اکسایش کروم برابر ۶ و عدد اکسایش کروم در CrO_4 برابر ۶ است.

عبارت دوم درست است. طبق قاعده آفبا آرایش الکترونی کروم به صورت $[Ar]^{3d^4} 4s^2$ است که دارای ۸ الکترون با $n=0$ است. (البته می‌دانیم که آرایش الکترونی صحیح کروم از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند).

عبارت سوم درست است. کروم یک عنصر واسطه است و ترکیبات رنگین تشکیل می‌دهد.

عبارت چهارم درست است. کروم به دوره ۴ و گروه ۶ جدول تناوبی تعلق دارد. (شیمی ۱ - فصل ۱)

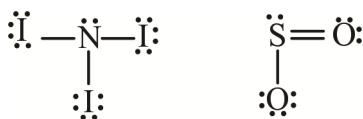
۷۶. گزینه ۳ درست است.

با انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به $n=1$ در اتم هیدروژن، پرتویی در محدوده فرابینفس ایجاد می‌شود.

آرگون واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد. (شیمی ۱ - فصل ۱)

۷۷. گزینه ۴ درست است.

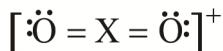
عبارت (الف) درست است. ساختار دو ترکیب به صورت زیر است:



عبارت (ب) درست است. در ترکیب‌های زیر پیوند سه‌گانه وجود دارد.



عبارت (پ) نادرست است. در یون زیر، اتم X باید به گروه ۱۵ تعلق داشته باشد.



عبارت (ت) درست است. بار یون زیر برابر +۱ است.



(شیمی ۱ – فصل ۱)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

اگر مول آهک را n_1 و مول منیزیم اکسید را n_2 فرض کنیم خواهیم داشت:

$$\text{CaO} = 56 \text{ جرم مولی} \quad \text{MgO} = 40 \text{ جرم مولی}$$

$$56n_1 + 40n_2 = 20$$

مجموع مول آهک و منیزیم اکسید با مول CO_2 جذب شده برابر است. یعنی:

$$n_1 + n_2 = \frac{1}{25} = 0.04 \text{ mol}$$

با حل این دستگاه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 56n_1 + 40n_2 = 20 \\ n_1 + n_2 = 0.04 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n_1 = 0.025 \\ n_2 = 0.015 \end{array}$$

درصد جرمی آهک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{CaO} = \frac{0.025 \times 56}{20} \times 100 = \frac{14}{20} \times 100 = 70\%$$

با انجام واکنش، 0.025 مول CaCO_3 و 0.015 مول MgCO_3 تولید می‌شود: $(0.025 \times 100) + (0.015 \times 84) = 25 + 12.6 = 37.6 \text{ g}$

(شیمی ۱ – فصل ۲)

۸۰. گزینه ۱ درست است.

در ۲ لیتر گاز طبیعی 14% لیتر هلیم و $1/86$ لیتر متان وجود دارد. 20 لیتر هوا شامل 4 لیتر اکسیژن و 16 لیتر نیتروژن است.

معادله سوختن کامل متان به صورت $\text{CH}_4(g) + 2\text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g) + 2\text{H}_2\text{O}(g)$ است، که بر این اساس $1/86$ لیتر گاز متان با $3/72$ لیتر اکسیژن می‌سوزد و $1/86$ لیتر گاز CO_2 و $3/72$ لیتر بخار آب تولید می‌شود.

پس کل گازهای خروجی از دودکش به شرح زیر است:

$$0.14 \text{ L He}, 0.28 \text{ LO}_2, 0.16 \text{ LN}_2, 0.372 \text{ LH}_2\text{O}, 0.186 \text{ L CO}_2$$

$$\frac{3/72}{22} \times 100 \approx 16.9$$

۸۱. گزینه ۲ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ این پدیده اسمز نیست. در اسمز از غشای نیمه تراوا استفاده می‌شود نه کاغذ صافی.

عبارت دوم درست است. در اسمز معکوس مولکول‌های آب از محیط غلیظتر به محیط رقیق تر جابه‌جا می‌شوند با ادامه این فرآیند، تفاوت غلظت دو سمت غشاء بیشتر می‌شود، پس فرآیند سخت تر انجام می‌شود.

عبارت سوم درست است. در فرآیند اسمز هر چه تفاوت غلظت دو محلول بیشتر باشد، تمایل مولکول‌های آب برای عبور از غشا بیشتر خواهد بود.

عبارت چهارم درست است. اسمز معکوس برای تهیه آب شیرین کاربرد دارد که با گذشت زمان به دلیل مسدود شدن روزنه‌های غشای نیمه تراوا، کارایی کاهش می‌یابد.

عبارت پنجم درست است. با اعمال فشار و انجام اسمز معکوس مولکول‌های آب به سمت دیگر انتقال می‌یابند. (شیمی ۱ – فصل ۳)

۸۲. گزینه ۳ درست است.

برای استخراج منیزیم، باید منیزیم را به شکل $Mg(OH)_2$ رسوب دهیم. برای این منظور افزودن موادی با خاصیت بازی همچون آهک مناسب است.

به ازای تشکیل ۱ مول X_2S دو مول الکترون و به ازای تشکیل، ۱ مول MgO_3 شش مول الکترون مبادله می‌شود.

$$3g X_2S \times \frac{1\text{mol } X_2S}{(2X + 32)\text{g}} \times \frac{2\text{mole}}{1\text{mol } X_2S} = 1g MgO_3 \times \frac{1\text{mol } MgO_3}{(2M + 48)\text{g}} \times \frac{6\text{mole}}{1\text{mol } MgO_3}$$

$$\frac{6}{2X + 32} = \frac{6}{2M + 48} \Rightarrow 2X + 32 = 2M + 48 \Rightarrow X - M = 8$$

(فصل ۱ – فصل ۳)

۸۳. گزینه ۴ درست است.

۵/۵ لیتر محلول آب اکسیژنه با توجه به چگالی آن $500\text{ g}/500\text{ ml}$ جرم دارد.

$$3 = \frac{X}{500} \times 100 \Rightarrow X = 15\text{ g } H_2O_2$$

با توجه به معادله $H_2O_2 + 2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$ تجزیه شده برابر است با:

$$4g O_2 \times \frac{1\text{mol } O_2}{32g O_2} \times \frac{2\text{mol } H_2O_2}{1\text{mol } O_2} \times \frac{34g H_2O_2}{1\text{mol } H_2O_2} = 1.5\text{ g } H_2O_2$$

پس جرم H_2O_2 باقیمانده در محلول $6/5\text{ g}$ است. (از جرم محلول هم ۴ گرم کم شده است).

$$= \frac{6/5}{496} \times 100 = 1/31 = 1/69 \text{ درصد جرمی محلول جدید}$$

(شیمی ۱ – فصل ۳)

۸۴. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. آرایش داده شده می‌تواند مربوط به کاتیون‌هایی مثل Ca^{2+} و Sc^{3+} و Cl^{-} و Ar^{18} باشد.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا نخستین عنصر دسته p دارای عدد اتمی ۵ است. عنصر Sn^{50} یک فلز است و رسانایی الکتروکی بیشتری نسبت به Ge^{73} دارد.

عبارت سوم درست است. عناصر Na^{11} و Mg^{12} فاقد الکترون زیرلایه ۳p در دوره سوم هستند و این دو عنصر دارای شعاع اتمی و خصلت فلزی بیشتری نسبت به S^{16} هستند.

عبارت چهارم درست است؛ زیرا عنصر Li^3 بیشترین شعاع اتمی در دوره دوم و Cl^{17} بیشترین خصلت نافلزی در دوره سوم را دارد.

(شیمی ۲ – فصل ۱)

۸۵. گزینه ۲ درست است.

$$1100 \times \frac{80}{100} = 880\text{ g} \quad \text{جرم سنگ معدن بدون ناخالصی}$$

اگر مول n_1 و مول n_2 را Cu_2S فرض کنیم؛ داریم:

$$96n_1 + 160n_2 = 880 \Rightarrow 12n_1 + 20n_2 = 110$$

هر مول CuS ، یک مول Cu و هر مول Cu_2S ، ۲ مول Cu تولید می‌کند، پس می‌توان معادله زیر را در نظر گرفت: (۱۰) مول Cu تولید شده است.

$$n_1 + 2n_2 = 10$$

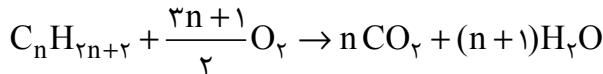
با حل دستگاه زیر داریم:

$$\begin{cases} 12n_1 + 20n_2 = 110 \\ n_1 + 2n_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow n_1 = 5 \text{ mol}, n_2 = 2.5 \text{ mol}$$

پس سنگ معدن دارای $5 \times 96 = 480 \text{ g}$ مس (II) سولفید است.

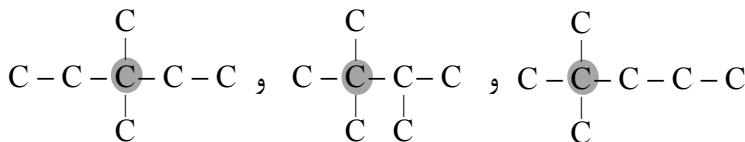
$$\frac{480}{1100} \times 100 \approx 43.64 \quad (\text{شیمی ۲ - فصل ۱})$$

۸۶. گزینه ۲ درست است.



$$44n - (18n + 18) = 164 \Rightarrow 26n = 182 \Rightarrow n = 7$$

برای هپتان می‌توان سه ایزومر رسم کرد که دارای عدد اکسایش صفر برای کربن باشند.



(شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۷. گزینه ۴ درست است.

اگر جرم مس را m_2 و جرم Zn را m_1 فرض کنیم؛ داریم:

$$m_1 + m_2 = 42$$

$$(m_1 \times 0.4 \times 50) + (m_2 \times 0.5 \times 50) = 970 \Rightarrow 20m_1 + 25m_2 = 970$$

با حل معادلات بالا داریم:

$$m_1 = 16g, m_2 = 26g$$

پس $\frac{1}{25}$ مول Zn و $\frac{1}{4}$ مول Cu داریم. هر مول از این دو فلز دارای ۱۰ مول الکترون با ۲ = ۱ است.با توجه به اینکه $\frac{1}{65}$ مول از این دو فلز داریم، پس $\frac{6}{5}$ مول الکترون با $\frac{1}{2} = 1$ در مخلوط آنها وجود دارد.

(شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۸. گزینه ۱ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا ترکیب داده شده آروماتیک نیست.

گزینه (۲) درست است. ترکیب داده شده گروه عاملی آلدهید دارد. (مانند بنزاکلهید موجود در بادام)

گزینه (۳) درست است. هر کدام از پیوندهای $C=C$ قادرند با یک مول H_2 واکنش دهند.گزینه (۴) درست است. تفاوت جرم مولی ترکیبات $C_{10}H_8$ و $C_{10}H_{14}O$ برابر ۲۲ گرم است. (شیمی ۲ - فصل ۲)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta H = [4(415) + 242n] - [415(4-n) + 431n + 340n] = -342 \Rightarrow n = 3$$

پس فرآورده واکنش $CHCl_3$ است. (شیمی ۲ - فصل ۲)

۹۰. گزینه ۳ درست است.

ابتدا جرم CaO تولید شده را تعیین می‌کنیم:

$$10^4 \text{ kgCaCO}_3 \times \frac{80}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 3360 \text{ kgCaO}$$

جرم CO_2 خارج شده برابر است با:

$$336 \text{ kg CaO} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{56 \text{ g CaO}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 264 \text{ kg CO}_2$$

جرم جامد برجای مانده برابر است با:

$$1000 \text{ kg} - 264 \text{ kg} = 736 \text{ kg}$$

$$\frac{336}{736} \times 100 \equiv 45/6 \text{ درصد خلوص CaO در مخلوط پایانی}$$

حجم گاز CO_2 حاصل برابر است با:

$$264 \times 10^4 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{25 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 150 \times 10^4 \text{ L CO}_2$$

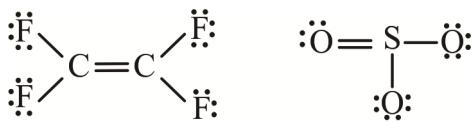
$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{150 \times 10^4 \text{ L}}{25 \times 6 \text{ min}} = 1000 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲ – فصل ۲)

۹۱. گزینه ۲ درست است.

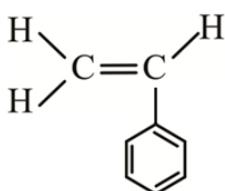
عبارت اول نادرست است؛ زیرا به طور کلی نیروی جاذبه میان ذرات سازنده در ترکیب‌های یونی قوی‌تر از نیروهای بین مولکولی است.

عبارت دوم درست است. ساختار دو ماده به صورت زیر است.



عبارت سوم نادرست است؛ زیرا اتانویک اسید (استیک اسید) آشنازترین اسید آلی است.

عبارت چهارم درست است. وینیل بنزن یا استیرن:



(شیمی ۲ – فصل ۳)

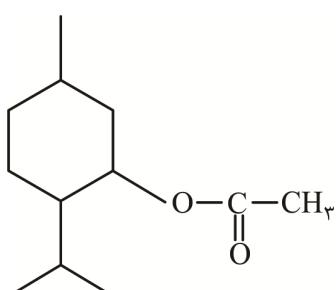
۹۲. گزینه ۳ درست است.

عبارت اول درست است.

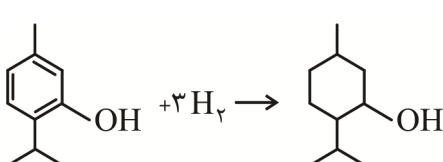
عبارت دوم نادرست است؛ زیرا در ترکیب‌های داده شده بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد، پس انحلال پذیری بیشتری در هگزان دارند.

عبارت سوم درست است. فرمول استر ایجاد شده به صورت رو به رو است:

فرمول مولکولی این ترکیب $C_{12}H_{22}O_2$ است.



عبارت چهارم درست است.



(شیمی ۲ – فصل ۳)

۹۲. گزینه ۲ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا برای تهیه صابون مایع از گرم کردن روغن یا چربی با پتانسیم هیدروکسید استفاده می‌شود.

گزینه (۲) درست است. همه این موارد کلورید هستند.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به همین دلیل مصرف آن عوارض جانبی کمتری دارد.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا علت رسانایی الکتریکی محلول‌های الکترولیت، جابه‌جایی یون‌ها است. (نه مولکول‌های قطبی)

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۳. گزینه ۱ درست است.

حل قسمت (الف)

$$[\text{H}^+] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$5 \text{ L HX} \times \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol HX}}{1 \text{ L HX}} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HX}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 21 \text{ g}$$

حل قسمت (ب)

در آب مقطر غلظت هیدرونیوم 10^{-7} مول بر لیتر است. با توجه فرض سؤال داریم:

$$[\text{OH}^-] = 100 \times 10^{-7} = 1 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{1}{1} \times 10^{-9}$$

$$\text{pH} = -\log(\frac{1}{1} \times 10^{-9}) = 9.85$$

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۴. گزینه ۳ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا ممکن است اسیدی قوی با غلظت خیلی کم، pH بزرگ‌تری نسبت به محلول یک اسید ضعیف و غلیظ وجود داشته باشد.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا ممکن است شمار یون‌های آن‌ها یکسان نباشد مثل H_2SO_4 و NaOH .

گزینه (۳) درست است. چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا در محلول بازهای قوی هم به مقدار ناچیز یون هیدرونیوم وجود دارد.

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۵. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. با افزایش دمای آب، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و غلظت H^+ و OH^- افزایش می‌یابد.

عبارت دوم درست است. با افزایش دما، حاصل ضرب $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$ افزایش می‌یابد، زیرا غلظت این یون‌ها زیاد شده است.

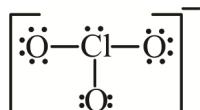
عبارت سوم درست است. چون با افزایش دمای آب غلظت یون H^+ افزایش می‌یابد، در دماهای بالاتر از 25°C آب خالص کوچک‌تر از ۷ است.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا آب خالص خنثی است همواره غلظت H^+ در آن با غلظت OH^- برابر است. (شیمی ۳ - فصل ۲)

۹۶. گزینه ۲ درست است.

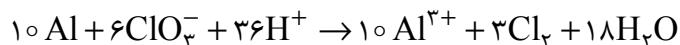
باتوجه به emf واکنش داریم:

$$3/13 = E^\circ - (-1/65) \Rightarrow E^\circ = 1/48 \text{ V} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow \text{ClO}_3^-$$



ساختار ClO_3^- بهصورت زیر است.

نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به ناپیوندی در این یون Cl_O^- است. معادله موازنده واکنش به صورت زیر است:



در این معادله ۳۰ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود (تغییر عدد اکسایش آلمینیوم، ضرب در ۱۰).

(شیمی ۳ - فصل ۲)

۹۸. گزینه ۳ درست است.

E° نیم سلول X برابر $-1/18\text{V}$ است و M نسبت به X نقش کاتد را دارد؛ پس ممکن است E° آن $+0/74$ یا $-0/74$ ولت باشد.

عبارت (الف) نادرست است؛ زیرا اگر $E^\circ(\text{M}^{2+}/\text{M})$ برابر $0/74\text{V}$ باشد با محلول اسیدها واکنش نمی‌دهد.

عبارت (ب) درست است. زیرا قدرت کاهنده M از X کمتر است.

عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا در سلول M-SHE، اگر $E^\circ(\text{M}^{2+}/\text{M})$ برابر $+0/74\text{V}$ باشد SHE آند و M کاتد است و اگر $E^\circ(\text{M}^{2+}/\text{M})$ برابر $-0/74\text{V}$ باشد SHE کاتد و M آند است.

عبارت (ت) درست است.

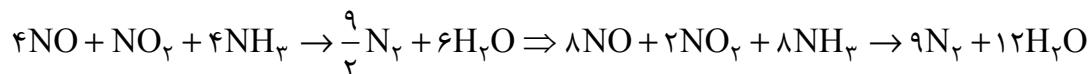
$$\text{emf} = -0/74 - (-1/18) = 0/44\text{V}$$

$$\text{emf} = 0/74 - (-1/18) = 1/92\text{V}$$

(شیمی ۳ - فصل ۲)

۹۹. گزینه ۲ درست است.

معادله پس از موازنی با توجه به فرض سؤال به صورت زیر است.



مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۳۹ است.

در واکنش انجام شده در مجموع ۲۴ مول الکترون مبادله شده است.

(شیمی ۳ - فصل ۲)

۱۰۰. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. جسمی که آبکاری می‌شود باید به کاتد (قطب منفی) متصل شود.

عبارت دوم نادرست است. از آنجا که می‌خواهیم آهنی را با روی آبکاری کنیم باید محلول، الکتروولیت حاوی یون‌های Zn^{2+} باشد.

عبارت سوم درست است. از آنجا که قدرت کاهنده Zn از Fe کمتر است با قطع جریان واکنشی انجام نمی‌شود.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا فلز مورد نیاز برای تولید آهن سفید (گالوانیزه) فلز روی است.

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

مولکول‌های دو اتمی که از اتم‌های یکسان تشکیل شده‌اند، به یقین ناقطبی هستند.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا CH_2O و HCN مولکول‌های قطبی هستند که اتم مرکزی فقد جفت الکترون ناپیوندی است.

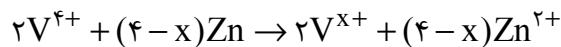
گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا O_3 از اتم‌های یکسان تشکیل شده و قطبی است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا SCO ساختار خطی دارد و قطبی است. (شیمی ۳ - فصل ۳)

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

عدد اکسایش وانادیم در VOSO_4 برابر $+4$ است.

$$x - 2 + 6 - 8 = 0 \Rightarrow x = +4$$



$$\frac{0/1\text{L} \times \frac{0/4\text{mol V}^{4+}}{1\text{L}} \times \frac{(4-x)\text{mol Zn}}{2\text{mol V}^{4+}} \times \frac{65\text{g Zn}}{1\text{mol Zn}}}{1\text{L}} = 1/3\text{g} \Rightarrow x = 2$$

V^{3+} سبز رنگ است. (شیمی ۳ - فصل ۳)

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا با تغییر حجم در تعادل (۲)، واکنش به سمتی جابه‌جا نمی‌شود؛ اما غلظت گونه‌ها بهدلیل تغییر حجم تغییر می‌کند.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا با افزایش حجم در تعادل (۱) بهدلیل کمتر شدن غلظت گاز NO_2 رنگ مخلوط کم رنگ‌تر می‌شود.

گزینه (۳) درست است. با افزایش دما تعادل به سمت مصرف NO_2 جابه‌جا و سبب کاهش رنگ مخلوط تعادلی می‌شود، پس واکنش گرم‌گیر و علامت $\Delta H < 0$ مثبت است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا ثابت تعادل فقط به دما بستگی دارد. (شیمی ۳ – فصل ۴)

۱۰۳. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی پارازایلن C_8H_{10} و فرمول مولکولی ترفتالیک اسید $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ است. تفاوت جرم مولی این دو ترکیب $60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. جرم مولی اوره $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ برابر $60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. (شیمی ۳ – فصل ۴)

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول درست است. بنزوئیک اسید، یک اسید آلی و اسیدی ضعیف است و بیشتر به صورت مولکولی در آب حل می‌شود. (سولفوریک اسید، اسیدی قوی است).

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا در آهن سفید خراشیده شده، آهن نقش کاتد و روی نقش آند را دارد.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا در گروه فلزات قلیایی از بالا به پایین واکنش پذیری افزایش می‌یابد. اما بهدلیل افزایش شعاع یون‌ها آنتالپی فروپاشی کلرید آن‌ها کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم نادرست است. این جمله الزاماً درست نیست، شاید 50 درصد واکنش‌دهنده‌ها از سد انژری E_a عبور کنند، اما به فرآورده مورد نظر ما تبدیل نشوند و یا نتوان همه فرآورده تولید شده را جمع‌آوری کرد.

(شیمی ۳ – فصل ۴)



شرکت تعاوینی خدمات آموزشی کارگاه
سازمان سنجش آموزش کشور



آموزشگاه آزاد علمی و تمریز
آینده‌اندیشان سنجش

آموزشگاه علمی آزاد دخترانه

آینده‌اندیشان سنجش

آموزشگاه آینده‌اندیشان سنجش فعالیت خود را از سال ۱۳۹۷ به صورت برگزاری کلاس‌های حضوری و غیرحضوری (آنلاین و آفلاین) آموزشی شروع کرده است و هر ساله تعداد زیادی از داوطلبان در این کلاس‌ها حضور پیدا کرده و به نتیجه مطلوب خود دست پیدا کرده‌اند. بسیار خرسندیم که در سال تحصیلی پیش رو (۱۴۰۴-۱۴۰۳) با کادری مجرب در کنار شما عزیزان خواهیم بود.

اسامی کادر آموزشگاه:

- ریاضی تجربی و حسابان علوم ریاضی : مهندس آریان حیدری
- فیزیک: مهندس محمد نوکنده
- زیست‌شناسی: دکتر محمد علی همدانی
- زمین‌شناسی: دکتر محمد علی همدانی
- شیمی : مهندس محمدرضا مصلایی و مهندس امید مصلایی
- مشاوره و برنامه‌ریزی : دکتر حدیث سیف



راه‌های ارتباطی با ما : ۰۹۳۹۲۶۶۲۹۳۹ - ۰۹۳۹۵۳۳۵۹۳۹ - ۰۹۱۸۶۰۷۳۴۳۱

ایمیل : sanjeshayandehandishan@gmail.com

آدرس تلگرام: [@sanjeshamuzeshgah](https://t.me/sanjeshamuzeshgah)