



آزمون ۱۲ از ۱۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – جامع نوبت اول (۱۴۰۴/۰۱/۲۲)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{16^6} \times \frac{a}{2^2}}{\frac{1}{8^8} \times \frac{1}{2^{16}}} = \frac{\frac{1}{2^2} + \frac{2}{3} + \frac{a}{2}}{\frac{2}{2^8} + \frac{1}{16}}$$

$$= \frac{\frac{2+3a}{6} - \frac{2}{16}}{\frac{2}{2^8} + \frac{1}{16}} = \frac{2}{2^2} = 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{2+3a}{6} - \frac{2}{16} = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow 8(2+3a) - 21 = 16 \Rightarrow a = \frac{37}{24}$$

(ریاضی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۲. گزینه ۴ درست است.

از $\alpha\beta = 5$ می‌فهمیم که $\beta = \frac{5}{\alpha}$ و $\alpha = \frac{5}{\beta}$ است؛ پس:

$$\begin{cases} \alpha^3 + \frac{125}{\alpha^3} = \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3ps = 1000 - 150 = 850 \\ \beta^3 + \frac{25}{\beta^3} = \beta^3 + \alpha^3 = S^3 - 3p = 1000 - 10 = 990 \end{cases}$$

پاسخ مسئله $\frac{850}{90} = \frac{85}{9}$ است.

(حسابان (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۴ درست است.

تلاقی خط و نمودار در نقاط $A(x_1, 2x_1 + 1)$ و $B(x_2, 2x_2 + 1)$ است؛ پس $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2} = |x_1 - x_2| \sqrt{5}$ است؛ اما داریم:

$$4x + a - x^2 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - a = 0 \Rightarrow$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{4 - 4(1-a)}}{1} = 2\sqrt{a}$$

حال داریم:

$$2\sqrt{a} \times \sqrt{5} = 5 \Rightarrow \sqrt{5a} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 1/25$$

(حسابان (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۴. گزینه ۲ درست است.

باید $f(1)$ و $f(2)$ مقدارهای یکتا داشته باشند:

$$f(2) = 3(2) + 2 = 4a + 2b \Rightarrow \boxed{4a + 2b = 8} \quad (1)$$

$$f(1) = 5 - 1^2 = a + b \Rightarrow \boxed{a + b = 4} \quad (2)$$

دستگاه تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} 4a + 2b = 8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = 4$$

پس: $f(b) = f(4) = 14$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۲ درست است.

با قرار دادن $x = 0$ در رابطه داده‌شده به $f(1) = 9$ می‌رسیم؛ پس:

$$f(f(1)) = f(9)$$

اما برای محاسبه $f(9)$ باید در $f(2x+1)$ عدد $x = 4$ را قرار دهیم:

$$f(9) = 4 + \sqrt{4} + 9 = 15$$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۶. گزینه ۴ درست است.

اگر $\sin x = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ است؛ اما داریم:

$$f(\sin x) = (2 \sin x \cos x) \cos x = 2 \sin x \cos^2 x = 2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

(حسابان (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۷. گزینه ۴ درست است.

با توجه به فرمول مجموع جملات دنباله هندسی داریم:

$$f(x) = \frac{1 \times (x^{27} - 1)}{x - 1} = \frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) &= \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} + 1 \\ &= \frac{3-2\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}-1}{2} + 1 = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

(حسابان (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & x < 0 \\ \frac{1}{2}x-1 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(f(2)) = g(0) = \frac{a}{3}$$

$$f(g(-2)) = f(a-4) = \begin{cases} -a+3 & a < 4 \\ \frac{a}{2}-3 & a \geq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 4 \Rightarrow \frac{a}{3} + (-a+3) = 1 \Rightarrow a = 3 \quad \checkmark \\ a \geq 4 \Rightarrow \frac{a}{3} + \left(\frac{a}{2}-3\right) = 1 \Rightarrow a = \frac{24}{5} \end{cases}$$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۳ درست است.

اولاً باید $x^2 + 7x - 30 \geq 0$ باشد که جواب آن می‌شود:

$$x^2 - 7x - 30 \leq 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-3 \leq x \leq 10} \quad (1)$$

از طرفی باید جواب‌های $\left[\frac{x}{a}\right] = 1$ را از بازه بالا حذف کنیم:

$$1 \leq \frac{x}{a} < 2 \Rightarrow \boxed{a \leq x < 2a} \quad (2)$$

شرط مسئله می‌گوید (۱) و (۲) اشتراکی ندارند. چون $a > 0$ است، پس عملاً باید $a > 10$ باشد. تنها بازه‌ای که هیچ کدام از مقادیر a در آن قرار ندارند $(6, 10)$ است. (حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۲ درست است.

طبق فرض مسئله $\hat{C} = 30^\circ$, $BH = x$, $AH = 2$ و بنابراین:

$$x^2 + 4 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(ریاضی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۱۱. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow c + \frac{a}{2} = 4 \\ \max = 6 \Rightarrow c + |a| = 6 \end{cases}$$

اگر $a < 0$ باشد، آنگاه $a = \frac{-4}{3}$ و $c = \frac{14}{3}$ است که در این صورت $\min = \frac{14}{3} - \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$ و این تناقض است.

پس $a > 0$ و در نتیجه $a = 4$ و $c = 2$ است.

$$f(x) = 2 + 4 \cos\left(bx + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 4 \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi b}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi b}{3} + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow b = -2$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به اتحادهای $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos 2x$ و $2 \cos^3 x - 1 = \cos 6x$ داریم:

$$\cos 2x = \cos 6x \Rightarrow \begin{cases} 6x = 2x + 2k\pi \\ 6x = -2x + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases} \xrightarrow{\cup} x = \frac{k\pi}{4}$$

جواب‌های قابل قبول عبارتند از:

$$\frac{\pi}{4} \text{ و } \frac{3\pi}{4} \text{ و } \pi \text{ و } \frac{5\pi}{4} \text{ و } \frac{7\pi}{4}$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۳. گزینه ۱ درست است.

اولاً $a + b = 0$ است و ثانیاً:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x \sin(x-1)}{ax+b} &= 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{ax+b} \stackrel{H}{=} 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(x-1)}{a} \\ &= 2 \Rightarrow \frac{2}{a} = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{2} \end{aligned}$$

بنابراین $b = -\frac{2}{3}$ و نتیجه می‌گیریم که:

$$2b - a = -\frac{4}{3} - \frac{2}{2} = -\frac{10}{3}$$

(حسابان (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: آسان)

۱۴. گزینه ۴ درست است.

اگر $a > 0$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &\Rightarrow \frac{a}{b} = b + 1 = \left[0^- \right] + 2 \\ &\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -1 + 2 = 1 \\ b + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow b = 0 \text{ (غیرممکن)} \end{aligned}$$

اگر $a = 0$ باشد، خیلی سریع به تساوی بی‌معنی $a = 2$ می‌رسیم.

اما اگر $a < 0$ باشد:

$$\frac{a}{b} = b + 1 = \left[0^+ \right] + 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ b + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 1$$

بنابراین $ab = 2$ است.

(حسابان (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: آسان)

۱۵. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = \frac{(x+2)}{(x-3)(x-a)} + \frac{2}{(x-6)(x-1)}$$

ریشه‌های ساده نشده و غیرتکراری مخرج باید ۳ تا باشند. پس چهار حالت داریم:

$$a = 3 \text{ یا } 6 \text{ یا } -2 \text{ یا } 1 \Rightarrow \text{مجموع} = 8$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۲ درست است.

$$x > 0 \xrightarrow{y=0} \log x(x+k) = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + kx - 10 = 0 \quad (1)$$

فقط یک ریشه مثبت دارد. پس $X = \alpha$ ریشه مثبت این معادله است.

$$x < 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \log(-x(x+k)) = 1$$

$$\Rightarrow -x^2 - kx - 10 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow k^2 - 40 = 0 \Rightarrow k = \sqrt{40}$$

حال α را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha^2 + k\alpha - 10 = \alpha^2 + 2\sqrt{10}\alpha - 10 = 0 \Rightarrow \alpha = \sqrt{20} - \sqrt{10} \Rightarrow \frac{2\alpha}{k} = \sqrt{2} - 1$$

(حسابان (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۷. گزینه ۲ درست است.

فرض کنید $g(x) = (x^2 + x + 3)f(x)$ آنگاه:

$$g'(1) = (2x+1)f(x) + (x^2 + x + 3)f'(x) = 3f(1) + 5f'(1)$$

اما $g(x) = 2x + 1$ و مشتق آن برابر ۲ است.

(حسابان (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۸. گزینه ۳ درست است.

ابتدا نقطه تماس را پیدا می‌کنیم: $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

حال شیب را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = \frac{2 \cos x (1 + \cos x) - (-\sin x)(2 \sin x)}{(1 + \cos x)^2} = \frac{2 \cos x + 2(\cos^2 x + \sin^2 x)}{(1 + \cos x)^2}$$

$$= \frac{2(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)^2} = \frac{2}{1 + \cos x} \Rightarrow y'(\frac{\pi}{3}) = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

بنابراین:

$$y - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3}(x - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{4\pi}{9}$$

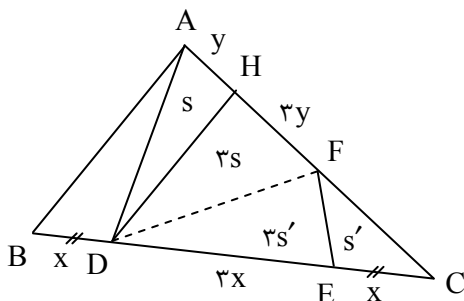
$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{2} \text{ لذا } b = \frac{4}{9} \text{ و } a = \frac{2}{3}$$

(حسابان (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۹. گزینه ۳ درست است.

مساحت چهارضلعی HFED برابر $3(s + s') = 12$ در نتیجه

$s + s' = 4$ و از F به D و از A به D وصل می‌کنیم:

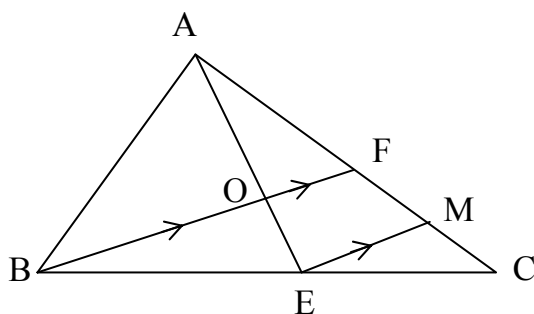


$$\frac{S_{DFE}}{S_{FEC}} = \frac{DE}{EC} = 3, \frac{S_{HDF}}{S_{AHD}} = \frac{HF}{AH} = 3$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{DC} = \frac{5x}{4x} = \frac{5}{4} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{5}{4}(4(s + s')) = 20$$

(هندسه (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۲ درست است.



از E خطی به موازات BF رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه M قطع کند.

$$\text{تالس} \quad \text{در مثلث BCF} \quad EM \parallel BF \rightarrow \frac{EC}{BE} = \frac{CM}{FM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} CM = 2t \\ FM = 3t \end{cases}$$

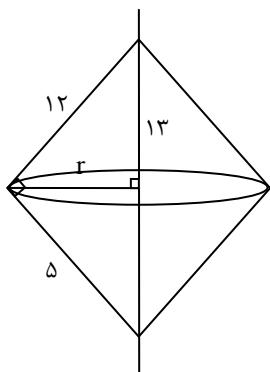
$$\frac{FC}{AF} = \frac{1}{3} \Rightarrow FC = z, AF = 3z, CM + FM = FC = 5t$$

$$\Rightarrow 5t = z, \frac{AO}{OE} = \frac{AF}{FM} = \frac{3z}{3t} = \frac{z}{t} = 5$$

(هندسه (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۱. گزینه ۴ درست است.

وتر مثلث قائم‌الزاویه به کمک رابطه فیثاغورث برابر ۱۳ است. از طرفی شعاع قاعده دو مخروط برابر ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه است.



$$r = \frac{12 \times 5}{13}$$

$$\text{حجم دو مخروط} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12 \times 5}{13} \right)^2 (13) = \frac{1200\pi}{13}$$

(هندسه (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

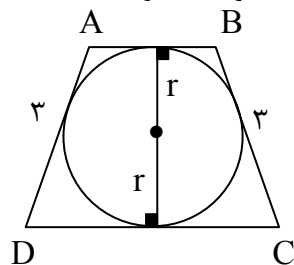
۲۲. گزینه ۴ درست است.

این دوزنقه، متساوی‌الساقین و محیطی است؛ بنابراین:

$$AD = BC = 3$$

$$AB + CD = BC + AD = 3 + 3 = 6$$

از طرف دیگر می‌دانیم که در دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی اندازه ارتفاع، واسطه هندسی بین اندازه‌های دو قاعده است. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو خواهیم داشت:



$$h^2 = AB \times CD, h = 2r$$

$$\pi r^2 = 2\pi \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{2}$$

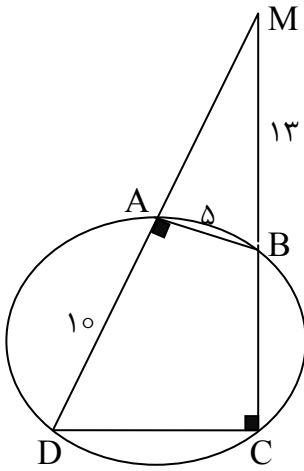
$$\Rightarrow AB \times CD = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB + CD = 6 \\ AB \times CD = 8 \end{cases} \Rightarrow AB = 2, CD = 4$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دوزنقه} = \frac{1}{2} \times h \times (AB + CD) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times (2 + 4) = 6\sqrt{2}$$

(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۳ درست است.



با توجه به اینکه $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ است، می‌توان نتیجه گرفت که $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ است؛ و بنابراین چهارضلعی ABCD، یک چهارضلعی محاطی است و با توجه به شکل خواهیم داشت:

MAB مثلث قائم الزاوية: $MA^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow MA = 12$

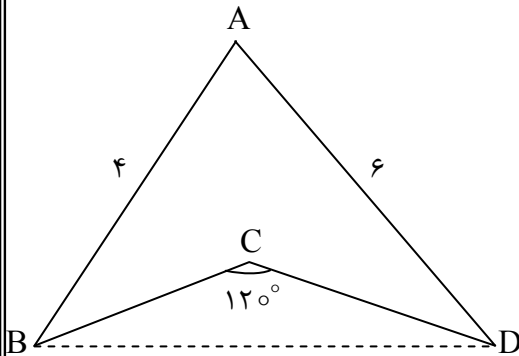
$$MA \times MD = MB \times MC \Rightarrow 12 \times (12 + 10) = 13(13 + BC)$$

$$\Rightarrow BC + 13 = \frac{12 \times 22}{13} \Rightarrow BC = \frac{264}{13} - 13 = \frac{264 - 169}{13} \Rightarrow BC = \frac{95}{13}$$

(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۴. گزینه ۱ درست است.

با استفاده از قضیه کسینوس‌ها خواهیم داشت:



$$\overset{\Delta}{BCD}:BD^{\text{r}}=BC^{\text{r}}+CD^{\text{r}}-\text{r}BC\times CD\times\cos\text{r}\circ^{\circ}$$

$$\Rightarrow BD^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} (\sqrt{1}) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} (\frac{-1}{1})$$

$$\Rightarrow \frac{2\lambda}{3} + \frac{2\lambda}{3} + \frac{2\lambda}{3} = 2\lambda$$

$$\Rightarrow BD = r\sqrt{y}$$

$$\Delta ABD: BD^{\text{r}} = AB^{\text{r}} + AD^{\text{r}} - \text{r}AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 28 = 16 + 36 - 2 \times 4 \times 6 \times \cos \hat{A} \Rightarrow \cos A = \frac{28 - 16 - 36}{-2 \times 4 \times 6} = \frac{-24}{-48} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

$$ABCD \text{ چار ضلعي } = (\text{مساحت مثلث ABD}) - (\text{مساحت مثلث BCD})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}\sqrt{21}\right)\left(\frac{2}{3}\sqrt{21}\right) \sin 120^\circ$$

$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{14}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} - \frac{7}{3}\sqrt{3} = \frac{11}{3}\sqrt{3}$$

(هندسه (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

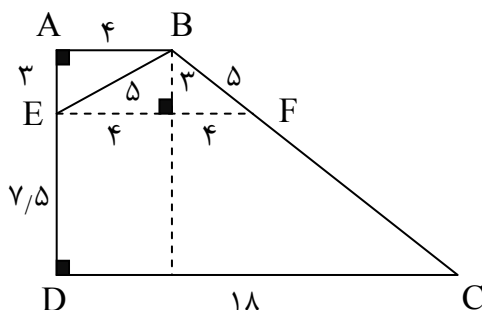
۲۵. گزینه ۲ درست است.

با توجه به قضیه تالس در دوزنقه خواهیم داشت:

$$\text{EF} = \frac{(3 \times 18) + (7/5 \times 4)}{3 + 7/5} = \frac{54 + 28/5}{10/5} = \frac{298}{21} = 14$$

بنابر این:

$$\mathbf{BF}^r = \mathbf{r}^r + \mathbf{r}^r = \mathbf{r}^\Delta \Rightarrow \mathbf{BF} = \Delta$$



حالا برای یافتن نقطه M به طوری که حاصل جمع EM و MF کمترین مقدار ممکن باشد، به صورت زیر عمل می کنیم:

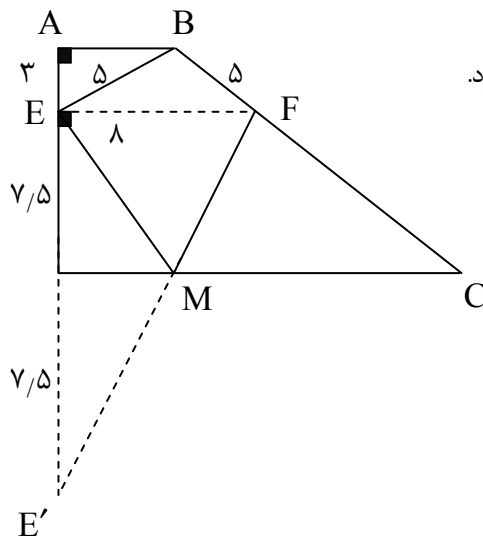
(۱) قرینه نقطه E نسبت به امتداد ضلع CD را می یابیم و آن را E' می نامیم.

(۲) از نقطه E' به نقطه F وصل می کنیم. اگر پاره خط E'F، ضلع CD را

در نقطه M قطع کند، آنگاه حاصل EM + MF کمترین مقدار ممکن خواهد بود.

از آنجا که EM = E'M است، پس حاصل EM + MF با حاصل

E'M + MF یعنی اندازه پاره خط E'F برابر است:



$$\Delta EFE': E'F^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \Rightarrow EF' = 17$$

بنابراین کمترین مقدار برای محیط چهارضلعی BEFM برابر است با:

$$BE + (EM + MF) + BF = 5 + 17 + 5 = 27$$

(هندسه (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۱ درست است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$(BAB^{-1})^n = BAB^{n-1} \text{ مطابق}$$

$$(BAB^{-1})^{1402} = BA^{1402}B^{-1} = B(A^2)^{701}B^{-1} = BIB^{-1} = I$$

مجموع درآیه های ماتریس همانی برابر ۲ است.

(هندسه (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۲ درست است.

حل:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| (2-3) - (4-3)(2) + (2-1)(4) = 1$$

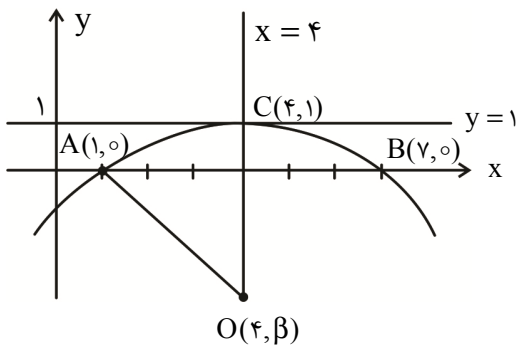
$$|2A| = 2^3 |A| = 8, 2 |A^{-1}| = \frac{2}{|A|} = 2, |A^2| - 1 = |A|^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_B X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}}_C \Rightarrow X = B^{-1}C = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درآیه های قطر فرعی} = \frac{13}{8}$$

(هندسه (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۸. گزینه ۲ درست است.



مرکز دایره روی عمود منصف پاره خط AB است؛ یعنی روی خط $x = 4$ واقع است، پس مختصات مرکز دایره به صورت $O(4, \beta)$ است؛ در نتیجه:

$$OA = OC = R$$

$$\sqrt{9 + \beta^2} = \sqrt{(\beta - 1)^2}$$

$$\Rightarrow 9 + \beta^2 = \beta^2 - 2\beta + 1 \Rightarrow \beta = -4 \Rightarrow O(4, -4) \text{ مرکز دایره}$$

$$R = OA = \sqrt{9 + 16} = 5 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 25 \text{ معادله دایره}$$

$$x = 0 \Rightarrow (y + 4)^2 = 9 \Rightarrow y + 4 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN = 6$$

(هندسه (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۴ درست است.

مطابق شکل:

$$OF = c = p$$

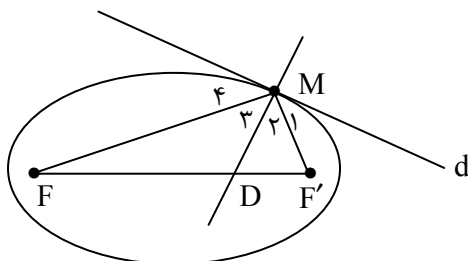
$$\left. \begin{aligned} MF &= \frac{b^2}{a} \\ MF &= 2p \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{b^2}{a} = 2p = 2c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2 = 2ac \Rightarrow a^2 - c^2 = 2ac \Rightarrow 1 - e^2 = 2e$$

$$\Rightarrow e^2 + 2e - 1 = 0 \Rightarrow e = \sqrt{2} - 1$$

(هندسه (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۲ درست است.



پاره خط MD در نقطه M بر خط d مماس است. بنا به خاصیت بازتابندگی یعنی $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_4$ از طرفی $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = 90$ و $\widehat{M}_3 + \widehat{M}_4 = 90$ در نتیجه $\widehat{M}_2 = \widehat{M}_3$ و MD نیمساز زاویه $\widehat{F'MF}$ است.

بنا به قضیه نیمساز در مثلث $\Delta MFF'$ داریم:

$$\frac{MF}{MF'} = \frac{DF}{DF'} \Rightarrow \frac{MF}{MF + MF'} = \frac{DF}{DF + DF'}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2a} = \frac{DF}{2c} \xrightarrow{e=\frac{1}{2}} DF = 6 \frac{c}{a} = 6e = 3$$

$$\frac{DF}{DF'} = \frac{MF}{MF'} \Rightarrow \frac{3}{DF'} = \frac{6}{8} \Rightarrow DF' = 4$$

بنا به قضیه نیمساز در مثلث $\Delta MFF'$ داریم:

$$MD^2 = MF \times MF' - DF \times DF'$$

$$MD^2 = 6 \times 8 - 3 \times 4 = 36 \Rightarrow MD = 6$$

(هندسه (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۱. گزینه ۳ درست است.

با توجه به هم‌ارزی‌های $p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p$ و $p \Rightarrow p \equiv p$ نتیجه می‌گیریم که:

$$(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p \equiv \sim p \Rightarrow p \equiv p$$

$$((p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p \equiv p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p$$

$$(((p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p) \vee \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$$

هدف نقیض این گزاره است و براساس قانون دموگن خواهیم داشت:

$$\sim (\sim p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$$

(آمار و احتمال - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

اگر مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ و مضرب ۴ را با A و مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ و مضرب ۶ را با B نمایش دهیم؛ آنگاه:

$$P(A \cap B') = p(A - B) = p(A) - p(A \cap B)$$

تعداد اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ برابر ۵۰۰ است. تعداد عضوهای مجموعه‌های A و $A \cap B$ را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$n(A) = \left[\frac{500}{4} \right] = 125 \quad n(A \cap B) = \left[\frac{500}{12} \right] = 41$$

$$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{125}{500} - \frac{41}{500} = \frac{84}{500} = 0.168$$

(آمار و احتمال - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۳. گزینه ۴ درست است.

اگر مجموعه تمام افراد را با S، مجموعه افرادی که شاهنامه را خوانده‌اند با A و مجموعه افرادی که گلستان را خوانده‌اند با B نمایش دهیم؛ آنگاه:

$$n(S) = 25 \quad n(A) = 12 \quad n(B) = 17 \quad n(A \cap B) = 7$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{17}{25} - \frac{7}{25}}{1 - \frac{12}{25}} = \frac{\frac{10}{25}}{\frac{13}{25}} = \frac{10}{13}$$

(آمار و احتمال - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

(آمار و احتمال - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۳۵. گزینه ۱ درست است.

شرط آنکه معادله هم‌نشینی $ax \equiv b \pmod{m}$ جواب داشته باشد آن است که $(a, m) | b$ بنابراین ابتدا باید ب.م.م $5a + 1$ و $9a - 2$ را بیابیم:

$$(5a + 1, 9a - 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 5a + 1 \times 9 \\ d | 9a - 2 \times 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 45a + 9 \\ d | 45a - 10 \end{cases} \Rightarrow d | 19$$

$$\Rightarrow d = 1 \text{ یا } d = 19$$

اگر $d = 1$ باشد، این معادله جواب دارد زیرا $18 | 18$ اما اگر $d = 19$ باشد، این معادله جواب ندارد؛ زیرا $19 \nmid 18$ ؛ بنابراین $d = 19$ است و خواهیم داشت:

$$19 | 5a + 1 \Rightarrow 5a + 1 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 5a \equiv -1 \equiv -20 \pmod{19} \Rightarrow a \equiv -4 \equiv 15 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow a = 19k + 15 \Rightarrow 15 = \text{کوچک‌ترین عدد طبیعی}$$

حالا باید رقم یکان عدد $15^{17} + 17^{15}$ را حساب کنیم:

$$\begin{cases} 15^{17} \equiv 5^{17} \pmod{10} \\ 17^{15} \equiv 7^{15} \pmod{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^{17} \equiv 5 \pmod{10} \\ 7^{15} \equiv 7^3 \pmod{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^{17} \equiv 5 \pmod{10} \\ 7^{15} \equiv (-3)^3 \pmod{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^{17} \equiv 5 \pmod{10} \\ 7^{15} \equiv -27 \equiv 3 \pmod{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15^{17} + 17^{15} \equiv 5 + 3 \equiv 8 \pmod{10}$$

(ریاضات گسسته - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

$$a = (b \times 29) + 13 \Rightarrow b > 13$$

$$a \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 29b + 13 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 7b + 2 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 7b \equiv -2 \equiv 9 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow b \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow b = 11k + 6$$

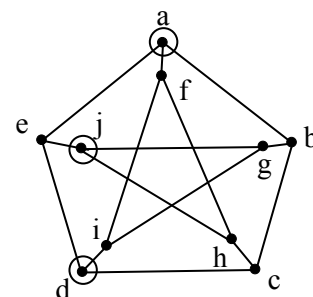
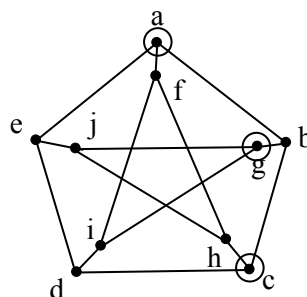
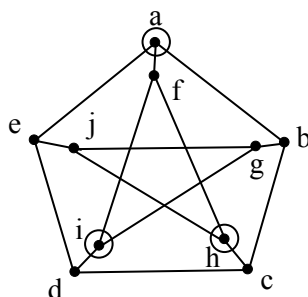
با توجه به اینکه $b > 13$ است، کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند b برابر با ۱۷ خواهد بود و در نتیجه:

$$a = (17 \times 29) + 13 = 506 \Rightarrow 506 \equiv 2 \pmod{7}$$

(ریاضات گسسته - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

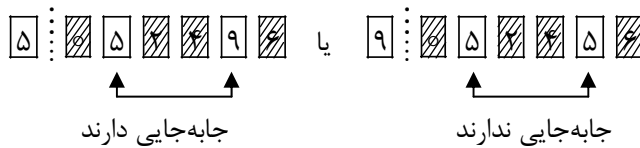
مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم شامل رأس a در شکل‌های زیر نشان داده شده است:



(ریاضات گسسته - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۲ درست است.

ارقام زوج عبارتند از: ۰, ۲, ۴, ۶ اگر این ارقام بخواهند از چپ به راست صعودی باشند، باید به صورت ۰۲۴۶ مرتب شوند. در این شرایط امکان ندارد که رقم اول سمت چپ رقم صفر باشد؛ بنابراین اولین رقم سمت چپ یکی از ارقام فرد ۵ یا ۹ است:



$$\binom{6}{4} \times 2!$$

$$\binom{6}{4}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اعداد مطلوب} = \binom{6}{4} \times 2! + \binom{6}{4} = (15 \times 2) + 15 = 45$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9 \\ x_i = 2y_i + 1, y_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y_1 + 1 + 2y_2 + 1 + 2y_3 + 1 + 2y_4 + 1 + 2y_5 + 1 = 9 \\ y_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = \frac{9-5}{2} = 2 \\ y_i \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{2+5-1}{5-1} = \binom{6}{4} = 15$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۴ درست است.

باید ابتدا همه اعدادی را انتخاب کنیم که مضرب ۳ نباشند. این اعداد عبارتند از: ۱, ۲, ۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۲۰. حالا اگر یکی از اعداد ۳ یا ۶ را انتخاب کنیم، باز هم حاصل ضرب اعداد انتخاب شده مضرب ۹ نیست. اما با انتخاب یک عدد دیگر که مضرب ۳ باشد، به هدف مسئله می‌رسیم؛ بنابراین تعداد مطلوب برابر است با:

$$14 + 1 + 1 = 16$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

اگر حجم اولیه برای هر مایع A و B را V در نظر بگیریم، مجموع حجم آن‌ها قبل از مخلوط شدن ۲V می‌شود و چون تغییرات حجم نداریم، مجموع جرم اولیه با جرم مخلوط برابر است.

$$m_T = m_A + m_B \Rightarrow m_T = \rho_A V_A + \rho_B V_B = \nu \rho V$$

حال حجم جدید را به دست می‌آوریم:

$$\rho_T = \frac{m_T}{V_T} \Rightarrow V_T = \frac{m_T}{\rho_T} = \frac{\nu \rho V}{\frac{9}{2} \rho} = \frac{14}{9} V$$

حال میزان کاهش حجم را به دست می آوریم:

$$2V - \frac{14}{9}V = \frac{4}{9}V$$

میزان کاهش حجم

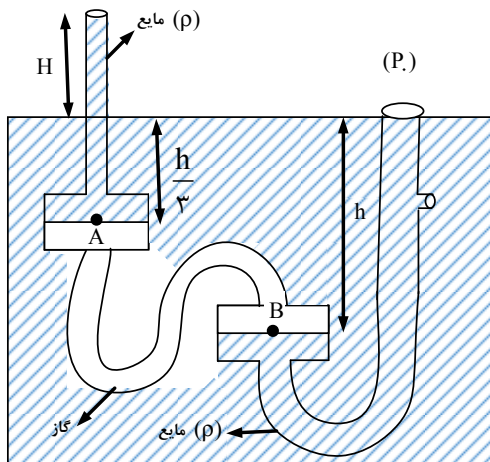
در نهایت درصد کاهش را به دست می آوریم:

$$\frac{\frac{4}{9}V}{2V} \times 100 = \frac{4}{18} \times 100 \approx 22\%$$

درصد کاهش حجم

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری : دشوار)

۴۲. گزینه ۲ درست است.



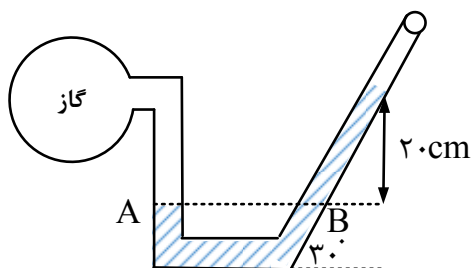
(چون درون یک گاز با حجم محدود هستند) $P_A = P_B$

(بنابر اصل هم فشاری) $P_B = P_C \Rightarrow P_A = P_C$

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho g \left(\frac{h}{3} + H \right) \\ P_C = P_0 + \rho gh \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{3} + H = h \rightarrow H = \frac{2}{3}h$$

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری : متوسط)

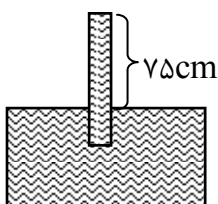
۴۳. گزینه ۴ درست است.



$$P - P_0 = 13600$$

$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = Pgh - P_0 \rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh$$

$$13600 = \rho \times 10 \times 0.2 \rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 6800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



$$P_M = P_N \rightarrow P_o = \rho gh + P'$$

$$P' - P_o = -\rho gh = -6800 \times 10 \times \frac{75}{100} = -51000 \text{ Pa} = -5.1 \text{ kPa}$$

$$\text{cmHg} \quad \text{تبدیل به} \quad -51000 \div 1360 = -37.5 \text{ cmHg}$$

با داشتن چگالی مایع که مضرب چگالی جیوه است $\rightarrow$ راه دوم

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6800 \times 75 = 13600 \times h$$

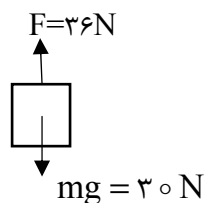
$$\rightarrow h = 37.5 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P' - P_o = -37.5 \text{ cmHg}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۲ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که جسم الزاماً در جهت $\vec{F}_{\text{net}}$ حرکت نمی‌کند، بلکه به جهت $\vec{v}_o$ یا مقدار آن (اگر $\vec{v}_o = 0$ باشد) دارد. در شکل داده شده اگر جهت $\vec{F}_{\text{net}}$ رو به بالا باشد:

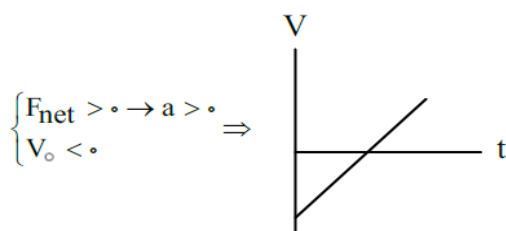


اما چون $\vec{v}_o$ مشخص نشده است ممکن است:

۱) if $\vec{v}_o = 0 \Rightarrow$ حرکت رو به بالا پیوسته تندشونده باشد

۲) if $\vec{v}_o > 0$: حرکت رو به بالا و پیوسته تندشونده است $\Rightarrow$ رو به بالا باشد

۳) if $\vec{v}_o < 0$: حرکت ابتدا رو به پایین کندشونده سپس رو به بالا تندشونده باشد $\Rightarrow$ رو به پایین باشد



مانند:

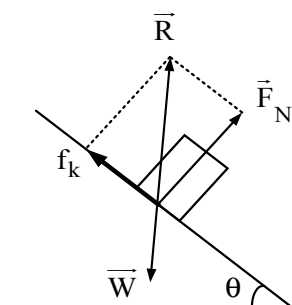
پس در ثانیه‌های متوالی بسته به ۳ حالت بیان شده، چون مقدار جابه‌جایی‌های جسم به‌طور متفاوتی تغییر می‌کند، اندازه کار نیروی وزن هم که بسته به جهت حرکت جسم برابر $W_{\text{mg}} = \pm mgh$ است و به h وابسته.

(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

(۱) جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \vec{R} = -12\vec{i} + 16\vec{j} \\ \vec{R} = -f_k\vec{i} + F_N\vec{j} \end{cases} \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$



(۲) چون مقاومت هوا ناچیز فرض شده، این کار نیروی اصطکاک است که سبب افزایش انرژی درونی جسم و سطح می‌شود:

$$W_{fk} = f_k \cos 180^\circ = 12 \times 1.5 \times (-1) = -18 \text{ J}$$

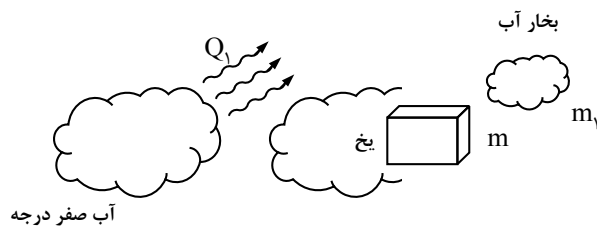
(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

(۱) می‌دانیم دمای صفر درجه برای آب و یخ بحرانی است. آب صفر درجه کوچک‌ترین گرمای Q_1 از دست دهد متناسب با گرمای Q_1 ، مقدار جرمی از آب که یخ نمی‌زند برابر $m_x (Q_1 = -m_x L_F)$ است. و اگر گرمای Q_2 به مقداری یخ صفر درجه بدهیم، متناسب با گرمای داده‌شده Q_2 به یخ صفر درجه مقدار m'_x از آن ذوب می‌شود.

$$(Q_2 = m'_x L_F)$$

(۲) تبخیر سطحی در هر دمایی می‌تواند رخ دهد. حتی در دمایی صفر درجه. آب صفر درجه تبخیر می‌شود. برای تبخیر شدن باید گرما از دست بدهد. طبق (۱) باید تمام یا مقداری از آب صفر درجه به یخ صفر درجه تبدیل شود.



$$Q_1 = -m_1 L_F \quad (m_1 \text{ جرم یخ صفر درجه حاصله})$$

$$Q_2 = m_2 L_V \quad (m_2 \text{ جرم بخار آب حاصله})$$

چون آب به محیط گرما نداده یا نگرفته:

$$|Q| = Q_2 \rightarrow m_1 L_F = m_2 L_V \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{L_V}{L_F} = \frac{2400}{300} = 8$$

(فیزیک (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۷. گزینه ۲ درست است.

چون ΔT هر دو برابر و قرینه‌اند. $\Delta U_{AB} = -\Delta U_{BC}$ هم‌حجم $AB \rightarrow$ با توجه به نمودار هم‌فشار $BC \rightarrow$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{300}{T_B}$$

$$T_B = 500 \text{ K}$$

$$Q_V + \cancel{W_V} = -(Q_P + W_P)$$

$$2400 = -Q_P - 1600$$

$$Q_P = 4000 \text{ J}$$

$$Q_P + Q_V = -4000 + 2400 = -1600 \text{ J}$$

$$Q_T = \text{گرمای گرفته شده از مایع} = -2400 \text{ J}$$

$$W_P = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times -200 = 1600$$

هم‌دما CA و هم‌فشار BC و هم‌حجم AB یک چرخه در نظر بگیریم: راه دوم

$$\Delta U = 0 \text{ چرخه} \rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \cancel{\Delta U_{CA}} = 0$$

$$Q_V + Q_P + W_P = 0$$

$$Q_V + Q_P = -W_P = -1600 \text{ J}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

در نمودار $P-V$ ، کل کار انجام‌شده روی دستگاه برابر مساحت داخل چرخه است و چون چرخه ساعتگرد است، پس کار روی گاز منفی است.

$$W = -(6-2) \times 10^5 \times (400-200) \times 10^{-3} = -8 \times 10^4 \text{ J}$$

در هر چرخه کامل داریم:

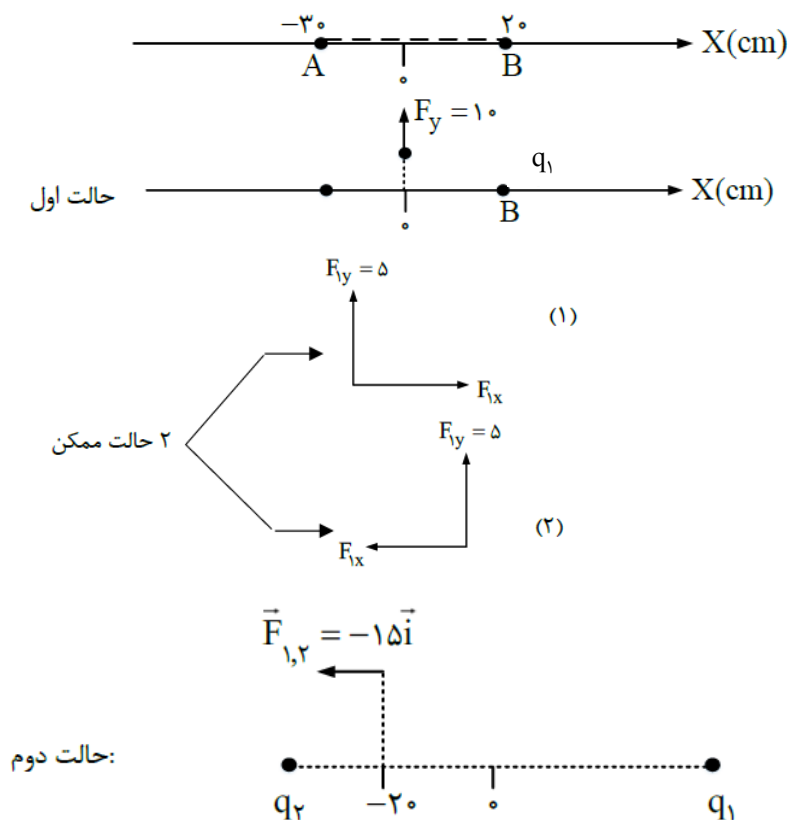
$$Q = -W = 8 \times 10^4 \text{ J}$$

فرآیند DA یک فرآیند هم فشار است. کار انجام شده در آن روی گاز برابر است با:

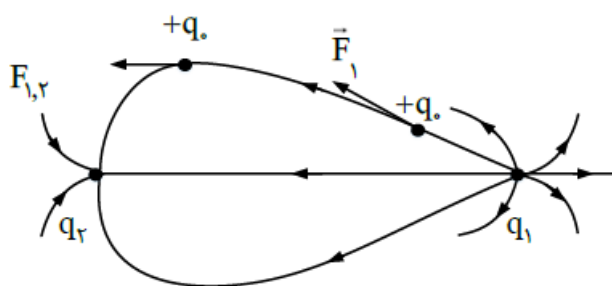
$$W = -P\Delta V = -2 \times 10^5 \times (400 - 200) \times 10^{-3} = -4 \times 10^4 \text{ J}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

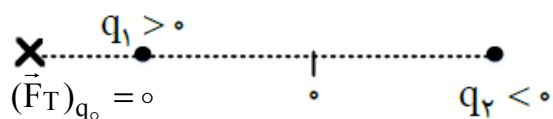
۴۹. گزینه ۲ درست است.



با قرار دادن (۱) در کنار (۳) یا (۲) در کنار (۳) می فهمیم:



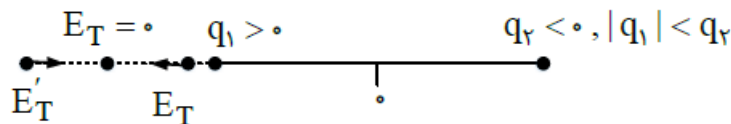
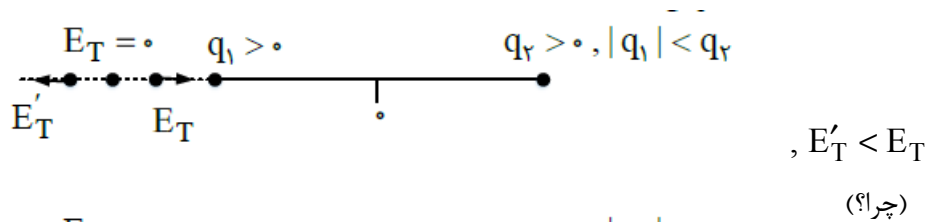
پس:



۵۰. گزینه ۱ درست است.

۱ فرض کنید دوباره q_1, q_2 داشته باشیم. می دانیم اگر بخواهیم نقطه ای در صفحه دو بار q_1, q_2 را بیابیم که در آن نقطه $\vec{E}_T = \vec{0}$ باشد:

- الف) اگر $q_1 q_2 > 0$ باشد، نقطه موردنظر بین دو بار و نزدیک به باری است که اندازه‌اش کوچک است.
 ب) اگر $q_1 q_2 < 0$ باشد، نقطه موردنظر خارج فاصله دو بار و نزدیک به باری است که اندازه‌اش کوچک باشد.
 II) در نقطه‌ای (در فضای پیرامون دو بار q_1, q_2) که $\vec{E}_T = \vec{0}$ جهت‌های مخالفی دارند. به فرض:



باتوجه به اطلاعات داده‌شده درست مشخص است که:
 شکل بالایی اتفاق افتاده است:

$$\begin{cases} q_1 < 0 \\ q_2 > 0 \\ |q_1| < q_2 \end{cases}$$

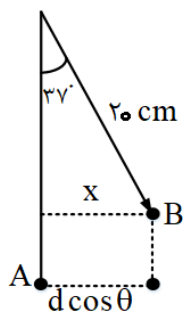
(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta V = Ed \cos \theta = 1,5 \times 10^5 \times 0,12 = 0,18 \times 10^5 = 1,8 \times 10^4 \text{ (V)} = 18 \text{ KV}$$

چون در جهت میدان جابه‌جا شده منفی است $\Delta V = V_B - V_A = -18 \text{ KV}$

$$\tan \theta = \frac{qE}{mg} \rightarrow \frac{6}{8} = \frac{2 \times 10^{-6} E}{40 \times 10^{-3} \times 10} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2 \times 10^{-6} E}{4 \times 10^{-1}} \rightarrow E = 1,5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

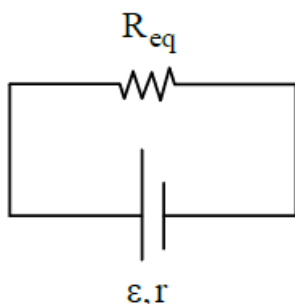


$$x = 20 \sin 37 = 20 \times 0,6 = 12 \text{ cm} = d \cos \theta$$

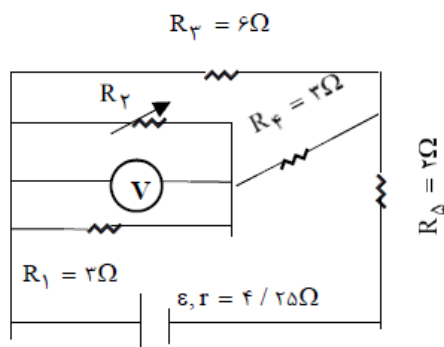
(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۲. گزینه ۱ درست است.

I می‌دانیم در مدار:



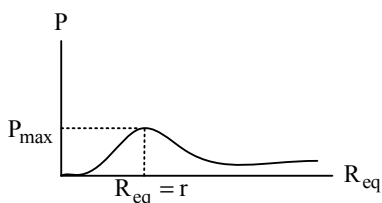
توان مصرفی R_{eq} با توان خروجی (مفید) باتری برابر است.



$$R_1 = R_2 = 3\Omega, R_3 = 6\Omega, R_4 = 2\Omega$$

- (II) می‌دانیم مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد بوده و آن را مانند کلید قطع در نظر می‌گیریم.
 (III) هر تغییری در یکی از مقاومت‌های مدار (افزایش یا کاهش آن مقاومت) به شرط اینکه اتصال کوتاه نبوده یا از مدار حذف شده باشد، نحوه تغییرات آن مشابه نحوه تغییرات R_{eq} در کل مدار است. (به سادگی قابل اثبات است).
 (IV) نمودار تغییرات توان خروجی باتری بر حسب مقاومت معادل (تک باتری)

$$(P = \varepsilon I - rI^2 \rightarrow p = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \right) - r \left(\frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \right)^2 \Rightarrow \dots)$$



- اول گام: $R_2 = 0 \rightarrow$ اتصال کوتاه و حذف شده R_1 $\left\{ \begin{array}{l} V_1 = 0 \text{ عدد ولت سنج} \\ R_{eq} = R_{3,4} + R_4 = 2 + 2 = 4\Omega < r \\ P < P_{max} \end{array} \right.$
 خروجی باتری

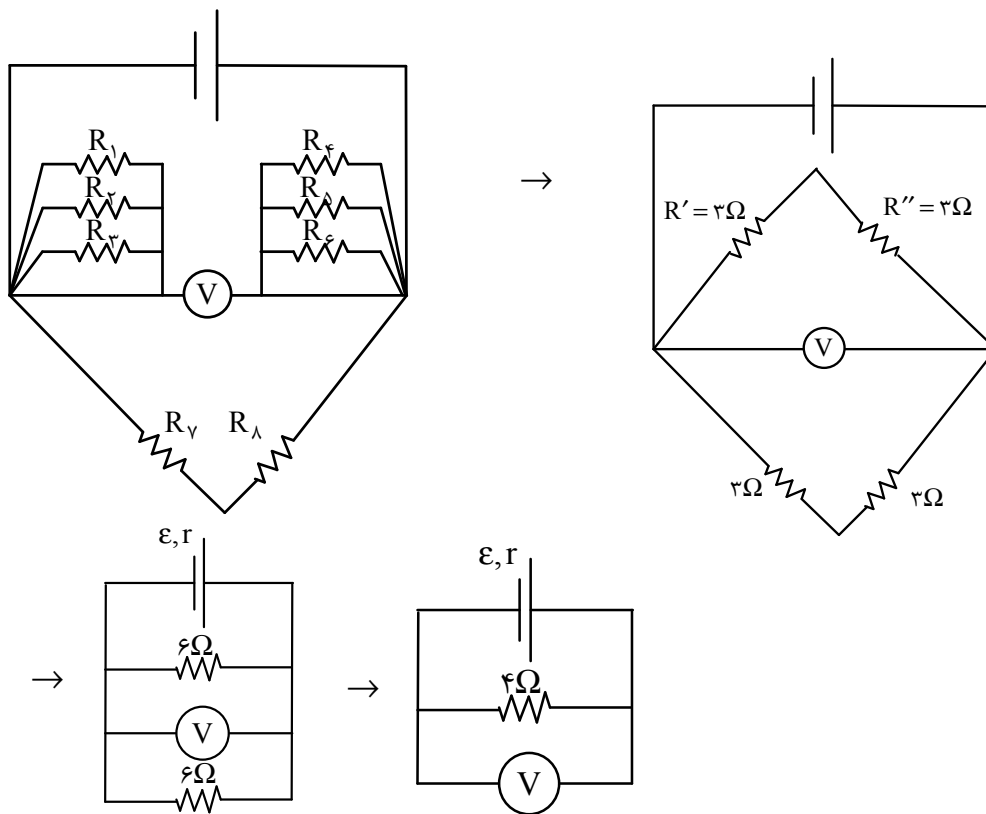
- دوم گام: $\left(R_2 \text{ به تدریج تا بی نهایت زیاد می شود.} \right) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left[\text{با توجه به (IV)} \right] \rightarrow \left[P \text{ ابتدا افزایش یافته سپس کاهش می یابد.} \right] \\ \text{عدد ولت سنج} \quad V_2 = V_{R_1} \neq 0 > V_1 = 0 \end{array} \right.$

بنابراین: عدد ولت‌سنج افزایش یافته و توان مصرفی R_{eq} که همان توان خروجی باتری است، ابتدا افزایش یافته سپس کاهش می‌یابد.

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۳. گزینه ۲ درست است.

مقاومت‌های بالای ولت‌سنج را ساده‌سازی می‌کنیم.



مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 با هم موازی و به همین ترتیب مقاومت‌های R_4, R_5, R_6 موازی هستند؛ پس:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R' = 3\Omega$$

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \Rightarrow R'' = 3\Omega$$

همچنین مقاومت R_V, R_A سری هستند؛ پس:

$$R''' = R_V + R_A = 3 + 3 = 6\Omega$$

و مقاومت‌های R', R'' سری هستند؛ پس:

$$R'''' = R' + R'' = 3 + 3 = 6\Omega$$

و در نهایت R''', R'''' موازی هستند؛ پس:

$$R_T = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{15}{3 + 1} = 3,75A$$

عددی که ولت‌سنج نمایش می‌دهد:

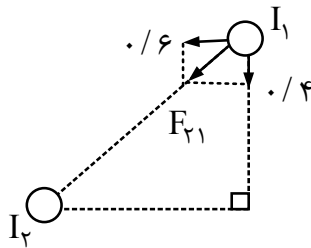
$$V = RI \Rightarrow V = 3 \times 3,75 = 11,25V$$

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

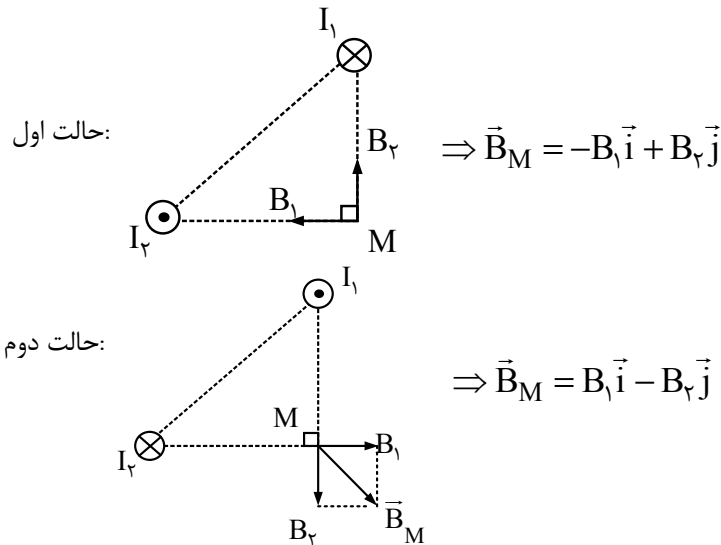
۵۴. گزینه ۱ درست است.

I می‌دانیم دو سیم حامل جریان‌های همسو یکدیگر را دفع کرده و دو سیم حامل جریان‌های غیرهمسو یکدیگر را جذب می‌کنند. باتوجه به بردار $\vec{F}$ داده‌شده و علامت مؤلفه‌های مثبت و منفی در می‌یابیم:

که دو سیم حامل جریان‌های مخالف جهت یکدیگرند:



(II) چون سیم‌ها عمود بر صفحه کاغذ هستند و می‌دانیم بردار میدان مغناطیسی مماس بر دایره‌ای است که عمود بر امتداد سیم و مرکز آن روی سیم است. با توجه به قاعده دست راست در یافتن جهت $\vec{B}$ حاصل از هر سیم حامل جریان در نقطه مشخصی در فاصله معین از یک سیم مستقیم داریم:



و یک نقطه این که چون $I_2 = I_1$ ولی تا نقطه M : $r_1 < r_2$ است، بنابراین بایستی در نقطه M : $(B_1 > B_2)$ باشد: (فیزیک ۲- فصل ۳- سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۴ درست است.

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

طول سیملوله

$$L = ND$$

قطر مقطع سیملوله

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{D}$$

سیملوله $B = B$ پیچه

$$B = \mu_0 \frac{NI'}{2R}$$

شعاع پیچه

$$\frac{\mu_0 I}{D} = \mu_0 \frac{NI'}{2R}$$

$$N = \frac{L}{2\pi R} = \frac{30}{2 \times 3 \times 10 \times 10^{-2}} = 50$$

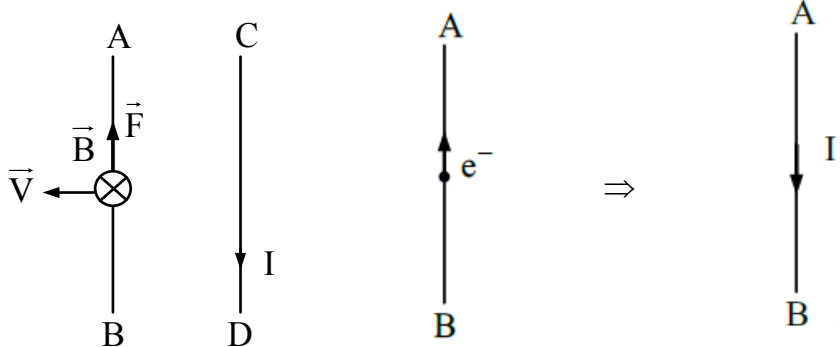
دور

$$\frac{30}{2 \times 10^{-3}} = \frac{50 I'}{2 \times 10 \times 10^{-2}} \rightarrow I' = 60 \text{ (A)}$$

(فیزیک ۲) - فصل ۳: سطح دشواری: متوسط)

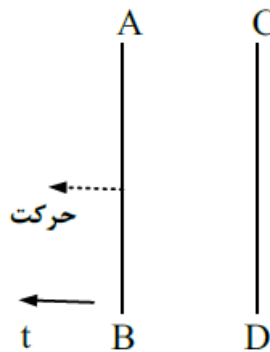
۵۶. گزینه ۲ درست است.

(I) برای یافتن جهت جریان القایی در سیم AB کافی است میدان مغناطیسی حاصل از سیم رسانای CD را در محل سیم AB یافته سپس نیروی الکتریکی وارد بر الکترون‌های سیم CD را در نظر بگیریم (توجه داریم که جهت I خلاف جهت حرکت الکترون‌ها قرار داده شده است).



(II) تا ثانیه چهارم سیم AB از سیم CD در حال دور شدن است؛ چون:

$$\begin{cases} V = -2t + 8 \\ t < 4s \end{cases} \Rightarrow V > 0 \Rightarrow$$



(III) تا $t = 4s$:

- (۱) دو سیم از هم در حال دور شدن هستند.
 - (۲) جهت I در سیم CD از C به سمت D است.
 - (۳) فاصله زیاد می‌شود که باعث کاهش میدان سیم CD در محل سیم AB است. از طرفی طبق $I = 2t$ جریان پیوسته در حال افزایش است و این باعث افزایش اندازه میدان حاصل از سیم CD در محل سیم AB است.
 - در هر صورت تأثیری در جهت I از $t = 0$ تا $t = 4s$ ندارد.
 - (۴) از $t = 4s$ به بعد چون جهت ∇ (علامت آن) تغییر می‌کند طبق قانون دست راست جهت I عوض می‌شود. و از B به A خواهد بود؛ پس ابتدا جهت جریان القایی از A به B سپس از B به A خواهد بود. (فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)
۵۷. گزینه ۱ درست است.

$$N = 400, U = \frac{1}{2} LI^2 \begin{cases} I_1 = 0A \rightarrow U_1 = 0 \\ I_2 = 2A \rightarrow U_2 = \frac{1}{2} L \times 2^2 = 2L \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta U = U_2 - U_1 = 2L - 0 = 2L \\ \Delta U = 0.8J \end{cases} \Rightarrow 2L = 0.8 \rightarrow L = 0.4H$$

$$L = 0.4 \times 10^{-3} \text{ mH} = 400 \text{ mH}$$

(توجه: تعداد حلقه‌ها در این تست کاربردی نداشت)

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۴ درست است.

$$P = \frac{V_r^2}{R} \rightarrow 2000 = \frac{V_r^2}{2000} \rightarrow V_r = 2000 (V)$$

$$\frac{V_r}{V_1} = \frac{N_r}{N_1} \rightarrow \frac{200}{V_1} = \frac{200}{20} \rightarrow V_1 = 200 (V)$$

$$I = \frac{V_r}{R} = \frac{2000}{2000} \rightarrow I = 1 A$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

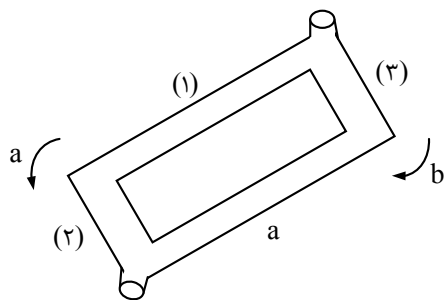
(I) به دلیل تقارن در شکل مشخص است که:

$$a_{(1)} = a_{(4)}$$

$$a_{(3)} = a_{(2)}$$

(II) با توجه به شیب قسمت‌های مختلف شکل که هر کدام مانند یک سطح شیب‌دار عمل می‌کنند:

$$a_{(3)} = a_{(2)} > a_{(1)} = a_{(4)}$$



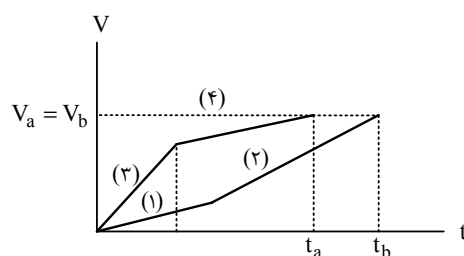
و می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر است با شتاب حرکت جسم

(III) می‌دانیم سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر جابه‌جایی است و نیز مشخص است که مسافت طی‌شده در مسیر (a) با مسافت طی‌شده در مسیر (b) برابر است.

کافی است نمودار سرعت زمان حرکت دو گلوله را رسم کنیم. دقت شود برای سادگی می‌توان در ذهن خود تجسم کرد که مسیرهای (۱) و (۲) در یک خط مستقیم هستند، ولی با شتاب‌های متفاوت (که هر قسمت شتاب ثابت است) و مشابه این مطلب برای مسیرهای (۳) و (۴)

دقت کنید طبق قانون پایستگی انرژی تندی خروج گلوله‌ها یکسان است:

$$S_{3,4} = S_{1,2} \Rightarrow t_b > t_a$$



(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: بسیار دشوار)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

(I) در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v(t_1) + v(t_2)}{2} = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

(II) می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ برابر سرعت لحظه‌ای است. در نمودار B در شکل داده شده مشخص است لحظه‌ای که $v(B) = v(A)$ بین لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$ است. بنابراین در این بازه زمانی ابتدا بحث کنیم.

$$(v_A = \frac{0-20}{5-0} = -4 \frac{m}{s})$$

$$B: (v_B)_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{B(\frac{2s+10s}{2})} = v_{B(6s)} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{B(6s)} \quad (III) (1)$$

$$A: v_A = \text{ثابت} \Rightarrow v_A = (v_{av})_{(2s-10s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow t = 6s \rightarrow v_B = v_A$$

(IV) از $t = 6s$ تا $t = 10s$ جابه‌جایی متحرک A را می‌یابیم:

$$x_A = -4t + 20 \begin{cases} x_{(6s)} = x_{1A} = -4m \\ x_{(10s)} = x_{2A} = -20m \end{cases}$$

$$\Delta x_A = -20 - (-4) = -16m$$

$$|\Delta x_A| = 16m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

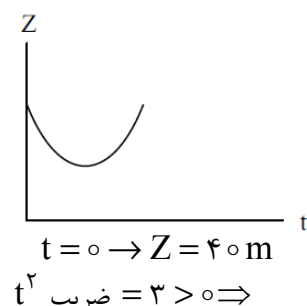
۶۱. گزینه ۲ درست است.

برای سهولت در پاسخ فرض می‌کنیم متحرک بر روی محور X حرکت می‌کند. مکان اولیه را $x = 0$ در نظر می‌گیریم. خودرو اول را با A و خودرو دوم را با B نشان می‌دهیم

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A} = \frac{1}{2}(6)t^2 = 3t^2 \\ x_B = v_B(t-2) = 20(t-2) = 20t - 40 \end{cases}$$

فاصله دو متحرک را با Z نشان می‌دهیم:

$$\begin{cases} Z = x_A - x_B = 3t^2 - (20t - 40) = 3t^2 - 20t + 40 \\ Z = 0 \rightarrow 3t^2 - 20t + 40 = 0 \rightarrow \Delta = (-20)^2 - 4(3)(40) = 400 - 480 \end{cases}$$



$$\rightarrow \Delta = -80 < 0 \Rightarrow (Z \text{ محور } t \text{ را قطع نمی‌کند})$$

Z یعنی فاصله دو متحرک ابتدا کاهش پس افزایش می یابد.

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta y_A - \Delta y_B = -40$$

$$-\Delta t_A^2 + \Delta t_B^2 = -40$$

با توجه به اینکه گلوله B، ۲ ثانیه دیرتر رها شده است:

$$t_B = t_A - 2$$

$$-\Delta t_A^2 + \Delta (t_A - 2)^2 = -40$$

$$-\cancel{\Delta t_A^2} + \cancel{\Delta t_A^2} + 20 - 20 t_A = -40$$

$$\rightarrow -20 t_A = -60 \rightarrow t_A = 3(s) \rightarrow v_A = -gt_A = -30 \frac{m}{s}$$

$$t_B = 1(s) \rightarrow v_B = -gt_B = -10 \frac{m}{s}$$

نکته: در سقوط آزاد که جسم رها می شود جابه جایی در ثانیه های متوالی به صورت زیر است (به صورت دنباله است).

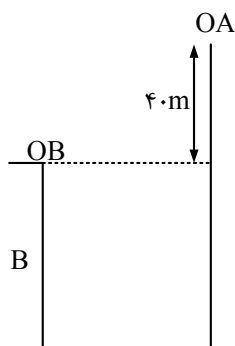
Δt	Δy
ثانیه اول	۵
ثانیه دوم	۱۵
ثانیه سوم	۲۵
ثانیه چهارم	۴۵

جابجایی A	جابجایی B
۵	
۱۵	
۲۵ در ثانیه سوم	۵
۴۵ (m)	۴۵

سرعت هم با توجه به رابطه $v = -gt$ به صورت تصاعدی در هر ثانیه $10 \frac{m}{s}$ افزایش می یابد.

یعنی گلوله A، سه ثانیه حرکت کند مسیر ۴۵ متر را طی می کند و گلوله B بعد از یک ثانیه ۵ متر را می پیماید و به هم

می رسند؛ پس سرعت A بعد از ۳ ثانیه $30 \frac{m}{s}$ و گلوله B، بعد از یک ثانیه $10 \frac{m}{s}$ می شود.



(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۳. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم نیروی خالص متوسط وارده بر جسم و تکانه جسم $\vec{P}$ به شکل: $(\vec{F}_{net})_{av} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ با هم رابطه دارند. در حرکت بر خط

راست رابطه به صورت ساده‌تر: $(F_{net})_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ خواهد بود. $(F_{net})_{av}$ و P_1 P_2 با علامت جبری خود در این فرمول قرار داده

خواهند شد. اگر F_{net} ثابت باشد: $F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$

گام اول: در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 8s$ داریم:

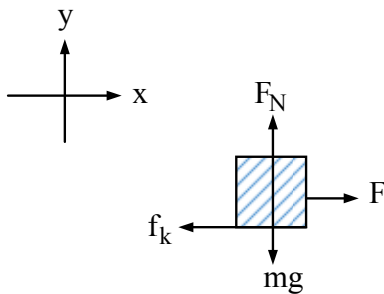
$$\left\{ \begin{aligned} (F_{net})_{av} &= \frac{\Delta P}{\Delta t} \\ \text{ثابت } F_{net} &\Rightarrow \text{چون نیروها ثابت هستند} \\ \Rightarrow (F_{net})_{av} &= F_{net} \Rightarrow F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \\ \rightarrow (F_{net})_{(0s-8s)} &= \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{80-0}{8} = 10N \end{aligned} \right.$$

اکنون سؤالی مطرح است: آیا نیروی اصطکاک لغزش داریم؟

پاسخ مثبت است، چون از $t = 8s$ تا $t = 10s$ پس از قطع نیروی $\vec{F}$ جسم متوقف شده است.

$(P = 0 \rightarrow m v = 0 \rightarrow v = 0)$ در نتیجه:

$$\Rightarrow x: F - f_k = F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = 10N \rightarrow F - f_k = 10N \quad (1)$$

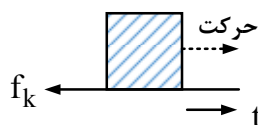


گام دوم: از $t = 8s$ تا $t = 10s$ داریم:

$$(F_{net}) = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{0-80}{10-8} = \frac{-80}{2} = -40N$$

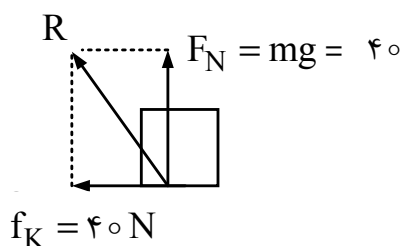
$$\Rightarrow 0 - f_k = F_{net} = -40N \Rightarrow f_k = 40N \quad (1) \quad F - 40 = 10$$

$$\rightarrow F = 50N$$



گام سوم: و در $f = 5s$ هنوز نیروی F قطع نشده است:

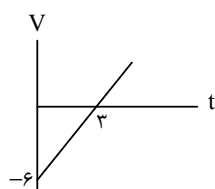
$$R = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2}N$$



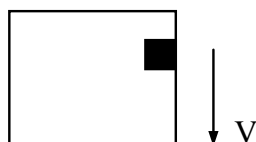
(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

I نمودار $v-t$:

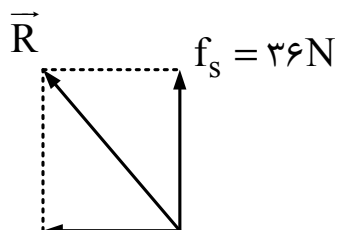


جهت مثبت رو به بالا فرض شده و در $t = 2s$ ، سرعت منفی است، یعنی آسانسور رو به پایین در حال حرکت بوده است.



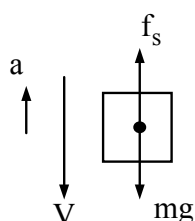
II بیان شده در $t = 2s$ جسم نمی لغزد، مشخص نشده که در آستانه لغزش است. پس نیروی اصطکاک برابر f_s خواهد بود و رو به بالا

$$\begin{cases} v = 2t - 6 \\ t = 2s \rightarrow v = -2\left(\frac{m}{s}\right) \\ a = 2\frac{m}{s} \end{cases}$$



$$F_N = F = 40 \text{ N}$$

$$mg - f_s = ma \rightarrow 40 - f_s = 2(-2) = -4$$



$$\begin{aligned} f_s &= 36 \text{ N} \\ \vec{R} &= -40\vec{i} + 36\vec{j} \\ \vec{R}' &= 40\vec{i} - 36\vec{j} \end{aligned}$$

نیروی دیواره به جسم:

و نیروی جسم به دیواره:

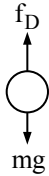
(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

گام اول) ابتدا سرعت گلوله را در لحظه برخورد به شن به دست می آوریم. فرض می شود جهت مثبت رو به پایین است؛ پس داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 10^2 = 2 \times 10 \times 40 \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}$$

هنگام حرکت گلوله در شن، دو نیروی وزن و نیرویی که از طرف شن به گلوله وارد می شود اثر می کند:



با توجه به این که جهت رو به پایین مثبت فرض شده است و با توجه به قانون دوم نیوتن و تکانه داریم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow mg - f = \frac{m(v - v_0)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow m \times 10 - 64 = \frac{m(0 - 30)}{0.2} \Rightarrow m = 0.4 \text{ kg}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$V_m = A\omega = \frac{\pi}{10} \rightarrow \frac{\pi}{10} = A(20\pi) \rightarrow A = \frac{1}{200} \text{ m} = 0.5 \text{ cm}$$

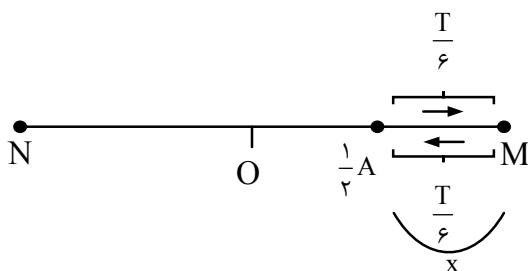
$$V = -\frac{n}{A\omega} \sin \underbrace{20\pi t}_{\omega}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{1}{30} = \frac{T}{3}$$

نکته: کمترین مسافت در بازه زمانی معین: هنگامی است که نوسانگر کمترین تندی متوسط را داشته باشد، در واقع در انتهای پاره خط نوسان ایجاد می شود.

$$\frac{T}{3} = 2\left(\frac{T}{6}\right)$$



$$L_{\min} = 2(A - x)$$

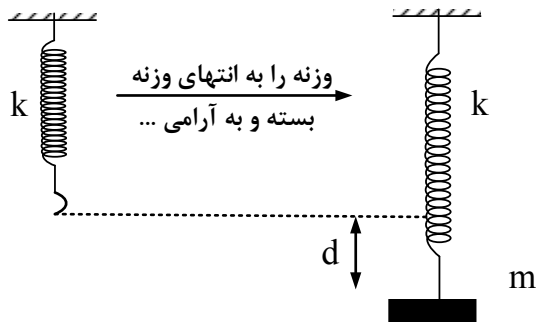
$$\rightarrow L_{\min} = 2 \times 0.5 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 0.5 \text{ cm}$$

$$\bar{S}_{\text{av}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{0.5}{\frac{1}{30}} = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۷. گزینه ۲ درست است.

گام اول: می‌دانیم اگر به متر قائمی به ثابت K جسمی به جرم m بیاویزیم و کمک نمائیم به آرامی به تعادل برسد و در این لحظه متر به مقدار d نسبت به طول اولیه‌اش افزایش طول داشته باشد:



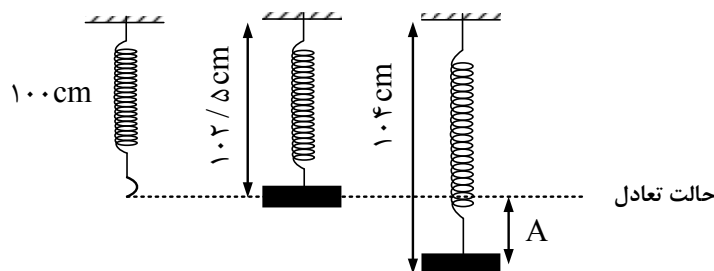
$$\Rightarrow mg = kd \rightarrow d = \frac{mg}{k}$$

$$d = \frac{mg}{k} = \frac{\frac{1}{2} \times 10}{200} = \frac{5}{200} m = \frac{2.5}{100} m = 2.5 \text{ cm} \Rightarrow L = 100 + 2.5$$

$$\Rightarrow L = 102.5 \text{ cm}$$

اینجا نقطه تعادل (مرکز نوسان) است. هر مقدار متر را اکنون از این وضعیت بیشتر بکشیم، آن اضافه طول دامنه نوسان خواهد بود.

گام دوم:



$$A = 10.4 \text{ cm} - 102.5 = 1.5 \text{ cm} \Rightarrow A = 1.5 \text{ cm}$$

گام سوم: تندی جسم را در هنگامی که $L = 102.5 \text{ cm}$ است خواسته در این لحظه چون جسم از مرکز نوسان عبور می‌کند:

$$v = \pm v_m = \pm A\omega$$

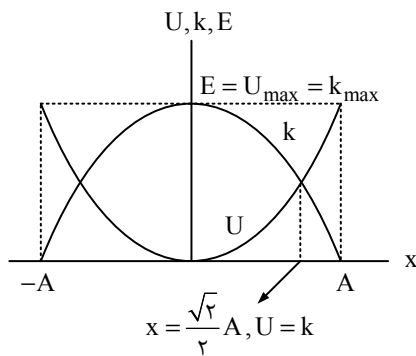
$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{100} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ mg = kd \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{d} = \frac{10}{(\frac{1}{10})} = 100 \end{cases} \Rightarrow |v| = A\omega = 1.5 \times 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v| = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبش یک نوسانگر ساده بر حسب مکان نوسانگر مطابق شکل زیر است:



با توجه به مطلب بیان شده می‌توان نوشت:

$$A = 50 \text{ (cm)} = \frac{1}{2} \text{ (m)}$$

$$\begin{cases} U = ? \\ K > U, K - U = 17 \text{ J} \end{cases} \quad (1) \quad x = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \Rightarrow$$

$$E = 25 \text{ J} \rightarrow U + K = 25 \text{ J} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} K - U = 17 \text{ J} \\ K + U = 25 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow 2K = 42 \text{ J} \rightarrow \begin{cases} K = 21 \text{ J} \\ U = 4 \text{ J} \end{cases}$$

$$\text{راه سریع‌تر: } \left(\frac{U}{E}\right) = \left(\frac{x}{A}\right)^2 \rightarrow \frac{U}{25} = \left(\frac{20 \text{ cm}}{50 \text{ cm}}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\rightarrow U = 4 \text{ J}, K = 21 \text{ J}$$

(فیزیک ۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۹. گزینه ۱ درست است.

$$\text{رابطه درست در سیستم‌های یا تارهای مرتعش در امواج عرضی} \rightarrow V = \sqrt{\frac{F}{m}} = \sqrt{\frac{F_1}{m}} \quad \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \times L_2 \times m_1}{F_1 \times L_1 \times m_2}}$$

$$\begin{cases} F_1 = F_2 \\ m_1 = m_2 \end{cases} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{2}$$

$$L_1 = 2L_2$$

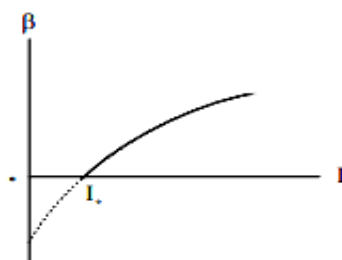
با توجه به ثابت بودن بسامد

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \rightarrow \lambda_2 = \sqrt{2}\lambda_1$$

(فیزیک ۳ - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که طبق رابطه تراز شدت صوت بر حسب شدت صوت، نمودار مربوطه به صورت:



$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ (dB)} \quad \text{می‌باشد.}$$

می‌دانیم اگر توان چشمه صوت P و فاصله شنونده تا چشمه برابر r باشد، شدت صوت دریافتی توسط شنونده برابر:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \text{ خواهد بود.}$$

گام اول: با توجه به شکل $\frac{W}{m^2}$ $I_0 = 10^{-18}$ است.

می‌دانیم طبق رابطه: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ چون توان چشمه ثابت است:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 4 \rightarrow I_2 = 4I_1$$

توجه داشتیم که در شکل $\beta_1 < \beta_2$ بنابراین $I_1 < I_2$ و طبق: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ ، بایستی: $r_1 > r_2$.

بنابراین: $r_1 = 20 \text{ m}$, $r_2 = 10 \text{ m}$

گام دوم: با توجه به شکل داده‌شده:

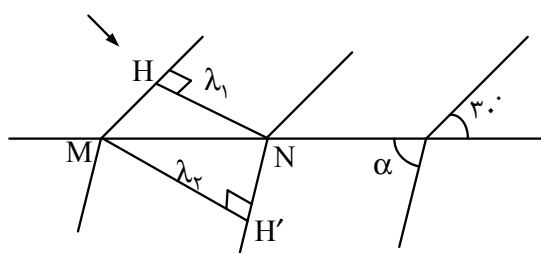
$$\begin{cases} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 4 = 10 \log 2^2 = 20 \log 2 = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \text{ dB}$$

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{48 \times 10^{-9}}{4\pi \times 20^2} = 10^{-11} \frac{W}{m^2}, \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \left(\frac{10^{-11}}{10^{-18}}\right) = 70 \text{ (dB)}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۱. گزینه ۱ درست است.

طول موج، فاصله عمودی بین جبهه‌های موج است، پس با توجه به شکل زیر و با فرض زاویه حادثه‌ای که جبهه‌های موج‌های شکست با مرز مشترک دو محیط دارند و برابر α است؛ پس:



در مثلث $\triangle MNH$ داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{\lambda_1}{MN} = \frac{MN - 9}{MN} \rightarrow 0.5 = \frac{MN - 9}{MN} \rightarrow MN = 18 \text{ cm}$$

در مثلث $\triangle MNH'$ داریم:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda_2}{MN} = \frac{MN - 3/6}{MN} \rightarrow \sin \alpha = 0.8$$

زاویه تابش و شکست به ترتیب زاویه‌هایی هستند که جبهه موج تابش و جبهه موج شکست با سطح جداکننده دو محیط می‌سازند.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \alpha} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0.5}{0.8} = \frac{50}{v_2}$$

$$\rightarrow v_2 = 80 \frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۲. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{2560}{8000 \times 8 \times (10-3)^2}} = \sqrt{40000} = 200 \text{ m/s} \\ \mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho v}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A \\ f_n = \frac{nV}{2L} \Rightarrow n = \frac{2Lf_n}{V} = \frac{2L \times 800}{200} = 8L \end{cases}$$

چون n باید عددی شمارشی باشد، با $L = 140 \text{ cm}$ چنین تساوی برقرار نمی‌شود.

درستی سایر گزینه‌ها:

$$L = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m} \rightarrow n = 8L = 16$$

$$L = 150 \text{ cm} = 1.5 \text{ m} \rightarrow n = 8L = 8 \times 1.5 = 12$$

$$L = 125 \text{ cm} = 1.25 \text{ m} \rightarrow n = 8L = 8 \times 1.25 = 10$$

$$L = 140 \text{ cm} = 1.4 \text{ m} = 1.4 \text{ m}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۳. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} W_0 = 4 \text{ eV} \\ f_1 = 2 \times 10^{15} \text{ Hz} \\ v_{\max}: \text{تندی‌های الکترون جدا شده} \end{cases}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = hf - W_0 \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\begin{cases} v_{1\max} = v_{\max} \rightarrow \frac{v_{2\max}}{v_{1\max}} = 2 \\ v_{2\max} = 2v_{\max} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{hf_2 - W_0}{hf_1 - W_0} = \frac{\frac{1}{2} m v_{2\max}^2}{\frac{1}{2} m v_{1\max}^2} = \left(\frac{v_{2\max}}{v_{1\max}} \right)^2 = 4 \quad (1) \end{cases}$$

$$hf_1 - W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} - 4 \text{ eV} = 4 \text{ eV} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{hf_2 - 4}{4 \text{ eV}} = 4 \rightarrow hf_2 - 4 = 16 \text{ eV} \rightarrow hf_2 = 20 \text{ eV}$$

$$\rightarrow (4 \times 10^{-15}) f_2 = 20 \rightarrow f_2 = 5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 5 \times 10^{15} - 2 \times 10^{15} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۴. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \text{رابطه ریدبرگ}$$

$$\text{رشته پاشن } n = 3 \longrightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\longrightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R_H} = 900 \text{ nm} = 9 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{رشته پاشن } f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3 \times 10^8}{9 \times 10^{-7}} = \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

نکته: کمترین طول موج برای هر رشته مربوط به $n' \rightarrow \infty$ و بیشینه طول موج هر رشته مربوط به $n' = n + 1$ است.

با توجه به رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ ، بسامد بیشینه مربوط به $\lambda_{\min}$ و $f_{\min}$ مربوط به $\lambda_{\max}$ هر رشته است.

$$\begin{aligned} \text{رشته بالمر} \\ n = 2 \quad \frac{1}{\lambda_{\min}} &= R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \\ n' = 3 \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \lambda_{\min} = \frac{36}{5R_H} = 360 \text{ nm} = 3.6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{رشته بالمر } f_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3 \times 10^8}{7.2 \times 10^{-7}} = \frac{1}{2.4} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{بالمر}} - f_{\text{پاشن}} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2.4} \right) \times 10^{15} = \left(\frac{2.4 - 3}{7.2} \right) \times 10^{15}$$

$$\Delta f = -\frac{1}{12} \times 10^{15} \text{ Hz} \xrightarrow{\times 10^{-12}} \Delta f = -\frac{1000}{12} = -\frac{250}{3} \text{ THz}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: ابتدا از t تا $(t + 48)$ را در نظر می‌گیریم. جرم هسته‌ها در لحظه t برابر $m + 75$ و در $(t + 48)$ برابر m است:

$T = 12$ (روز)

$$t \xrightarrow{T} (t + 12) \xrightarrow{T} (t + 24) \xrightarrow{T} (t + 36) \xrightarrow{T} (t + 48)$$

$$\left\{ \begin{aligned} t = 4T \rightarrow \frac{t}{T} &= 4 \\ \Rightarrow m &= \frac{m + 75}{2^4} = \frac{m + 75}{16} \\ m + 75 &: \text{جرم اولیه} \\ m &: \text{جرم باقی‌مانده} \end{aligned} \right.$$

$$16m = m + 75 \rightarrow 15m = 75 \rightarrow m = 5 \text{ g}$$

گام دوم:

$$(t + 48) \xrightarrow{T} (t + 60)$$

از لحظه t تا $t + 60$ ، ۵ نیمه عمر گذشته $\frac{\Delta t}{T} = 5$ و جرم از $(m + 75g = 80g)$ به M' می‌رسد؛ بنابراین:

$$m' = \frac{80}{2^5} = \frac{80}{32} = 2.5g$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

شیمی

۷۶. گزینه ۴ درست است.

موارد ۱، ۲ و ۴ درست هستند.

A عنصر $^{64}_{29}\text{Cu}$ و B عنصر $^{87}_{37}\text{Rb}$ است.

مورد اول: هر دو در زیرلایه $3d$ ، 10 الکترون دارند.

مورد دوم: هر دو کاتیونی با بار $+1$ تشکیل می‌دهند.

مورد سوم: روبیدیم از فلزات قلیایی بوده و واکنش‌پذیری بیشتری از مس دارد.

مورد چهارم: در بین این عناصر در جدول تناوبی، فلزات روی و گالیم و شبه‌فلزات ژرمانیم و آرسنیک قرار گرفته است.

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۳ درست است.

در گزینه ۳، هر سه فلز بوده و در یک گروه (گروه ۱۱) قرار دارند.

در گزینه ۱، نیتروژن ($^{14}_7\text{N}$) با بقیه هم‌گروه نیست.

در گزینه ۲، عدد اتمی ۷۳ با بقیه هم‌گروه نیست.

در گزینه ۴، هر سه در یک گروه هستند، ولی قلع با عدد اتمی 80 ، فلز بوده و رفتار شیمیایی مشابهی با کربن و سیلیسیم ندارد.

(شیمی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۷۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا تعداد یون‌های آهن(II) در هر مولکول هموگلوبین را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{m_{\text{Fe}^{2+}}}{6.8 \times 10^4} \times 100 \rightarrow m_{\text{Fe}^{2+}} = 224/4 \rightarrow n_{\text{Fe}^{2+}} = \frac{224/4}{56} \approx 4$$

با توجه به اینکه هر یون آهن(II)، ۶ الکترون در زیرلایه d دارد، مجموع کل الکترون‌های زیرلایه d یون‌های آهن(II) در

هموگلوبین برابر ۲۴ است. (شیمی (۱) - فصل ۱ و ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

حجم کربن دی‌اکسید تولیدشده با حجم ترکیب آلی برابر است که نشان می‌دهد در این ترکیب یک اتم کربن وجود دارد.

حجم گاز نیتروژن تولیدی نشان‌دهنده وجود یک اتم نیتروژن و حجم آب تولیدشده، نشان‌دهنده ۵ اتم هیدروژن در این

ترکیب می‌باشد. مجموع ضرایب استوکیومتری در معادله واکنش موازنه‌شده آن برابر ۲۹ است.



(شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۰. گزینه ۴ درست است.

همه موارد نادرست‌اند.

مورد اول: هلیوم نقطه جوش پایین‌تری از نیتروژن دارد.

مورد دوم: در گروه ۱۸، هلیوم هشتایی نیست و آرگون از بالا دومین عنصر هشتایی محسوب می‌شود.

مورد سوم: اکسیژن نقطه جوش نزدیکی به آرگون دارد و تهیه اکسیژن صددرصد خالص دشوار است.

مورد چهارم: گاز کربن دی‌اکسید آب باران را اندکی اسیدی کرده ولی باعث تشکیل باران اسیدی نمی‌شود.

مورد پنجم: در تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید، اکسیژن می‌تواند به عنوان واکنش‌دهنده (اکسنده) به همراه کاتالیزگر استفاده شود ولی خودش کاتالیزگر نیست. (شیمی (۱) و (۳) - فصل ۲ و ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۱. گزینه ۱ درست است.

فرمول منیزیم استات به صورت $Mg(C_2H_3O_2)_2$ است. چون استات بار ۱- ولی منیزیم بار ۲+ دارد. (شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۲. گزینه ۴ درست است.

مجموع مول‌های یون‌های کلسیم و منیزیم که در یک هفته باید از آب گرفته شده:

$$(1/8 \times 10^{-4} + 1/2 \times 10^{-4}) \times 25000 \times 7 = 52/5$$

با توجه به بار یون‌ها، به‌ازای هر یون کلسیم و منیزیم، باید دو برابر آن، یون سدیم به آب وارد شود، پس کل مول‌های یون سدیم که به آب وارد می‌شود برابر ۱۰۵ است و چون ترکیب مورد نظر در ساختار خود ۱۲ یون سدیم دارد که وارد آب

می‌کند، به $\frac{105}{12} = 8/75$ مول از این ترکیب نیاز است. جرم مورد نیاز از ترکیب فوق:

$$8/75 \times 2190 = 19162g \approx 19kg$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۳. گزینه ۲ درست است.

نقطه جوش اکسیژن ۱۸۶- درجه سلسیوس ولی نقطه جوش گاز فلئوئور برابر ۱۸۸- درجه سلسیوس است. نقطه جوش بالاتر یعنی آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

گزینه ۱: نقطه جوش استون بالاتر از HF است که نشان‌دهنده نیروی بین مولکولی قوی‌تر در استون است.

گزینه ۳: نقطه جوش و نیروی بین مولکولی آمونیاک بالاتر از HCl است.

گزینه ۴: نقطه جوش پروپان (شیمی ۱۱، صفحه ۲۶) بالاتر از نقطه جوش هیدروژن سولفید (شیمی ۱ صفحه ۱۰۶) است.

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۳ و ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۸۴. گزینه ۱ درست است.

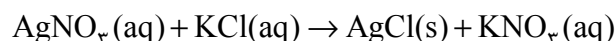
(فقط مورد ۲ نادرست است). با توجه به اینکه نمودار انحلال‌پذیری خطی است، بدون نوشتن معادله انحلال‌پذیری نیز می‌توان در دماهای ۱۰، ۳۰ و ۶۰ درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری را به‌دست آورد.

مورد اول: در دمای ۱۰ درجه، انحلال‌پذیری برابر ۳۰ گرم است. $n = \frac{30}{74/5} \approx 0/4 \rightarrow M = \frac{n}{v} = \frac{0/4}{0/1} = 4 \text{ mol.L}^{-1}$

مورد دوم: ابتدا دمايي که در آن درصد جرمی محلول سیرشده برابر ۲۸/۰۵ است را پیدا می‌کنیم:

$$\%W / W = \frac{S}{100+S} \times 100 \rightarrow 28/05 = \frac{S}{100+S} \times 100 \rightarrow S = 39 \rightarrow \theta = 40$$

اختلاف انحلال‌پذیری در دمای ۴۰ و ۲۰، برابر ۶ گرم است. یعنی اگر ۱۳۹ گرم محلول سیرشده از دمای ۴۰ تا ۲۰ سرد شود، ۶ گرم رسوب تشکیل می‌شود ولی در سؤال ۲۷۸ گرم محلول داده که مقدار رسوب تشکیل شده، ۱۲ گرم خواهد بود. مورد سوم: انحلال‌پذیری در دمای ۶۰ درجه سلسیوس برابر ۴۵ گرم است. یعنی در ۱۴۵ گرم محلول، ۴۵ گرم حل‌شونده و در ۲۹۰ گرم محلول، ۹۰ گرم حل‌شونده وجود دارد.



$$\frac{90}{74/5} = \frac{m_{AgCl}}{143/5} \rightarrow m_{AgCl} = 173g$$

مورد چهارم: انحلال‌پذیری در دمای ۱۰، برابر ۳۰ گرم و در دمای ۳۰، برابر ۳۶ گرم می‌باشد.

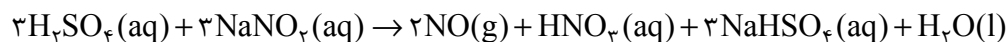
$$\frac{ppm_1}{ppm_2} = \frac{S_1}{S_2} \times \frac{100+S_2}{100+S_1} \rightarrow \frac{ppm_{30}}{ppm_{10}} = \frac{36}{30} \times \frac{100+30}{100+36} = 1/14$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۵. گزینه ۴ درست است.

دوازدهمین نافلز جدول، ${}_{34}\text{Se}$ در دوره ۴ و گروه ۱۶ است.
الف: عدد اتمی آن از شبه فلزهای هم گروه خود کوچک تر است.
ب: مجموع $n+l$ الکترون های ظرفیت این عنصر برابر ۲۸ است. عنصری که عدد اتمی ۲۸ دارد نیکل، در گروه ۱۰ و دوره ۴ است. بین سلنیم و نیکل در جدول تناوبی، دو فلز واسطه روی و مس قرار دارد.
پ: هالوژن دوره چهار، برم است که دمای بالاتر از 200° درجه سلسیوس (473° کلوین) با گاز هیدروژن واکنش می دهد.
ت: در دوره چهار عناصر K و V ، و در گروه ۱۶ عناصر O و S نماد تک حرفی دارند.
(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۶. گزینه ۱ درست است.



$$\frac{1/38 \times X}{3 \times 69} = \frac{0/224}{2 \times 22/4} \rightarrow X = 0/75$$

(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۷. گزینه ۱ درست است.

آلکان مورد نظر، $2,2$ -دی متیل پروپان است.
گزینه ۱ نادرست است؛ در ساختار آن ۴ گروه متیل وجود دارد. (شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۸. گزینه ۴ درست است.

کل مول برم (Br_2) برابر ۲ است ($\frac{320}{160}$). مقداری از برم با اتن و اتین واکنش داده و باقی مانده با پروپن واکنش داده است.

$$\text{molC}_3\text{H}_6 = \text{molBr}_2 = \frac{21}{42} = 0/5$$

$0/5$ مول از برم با پروپن و $1/5$ مول، با اتن و اتین واکنش داده است. هر مول اتن با یک مول برم ولی هر مول اتین با دو مول برم واکنش می دهد، پس می توان گفت از $1/5$ مول برم، $0/5$ مول با اتن و ۱ مول با اتین واکنش داده است و مول اتن و اتین برابر $0/5$ مول است. جرم اتن برابر ۱۴ و جرم اتین برابر ۱۳ گرم بوده است.
مول پروپن اضافه شده $0/5$ مول بود، پس مول 2 و 1 دی برمو پروپن هم $0/5$ مول و جرم آن ۱۰۱ گرم خواهد بود.
جرم کل مخلوط بعد از واکنش برابر است با: $368 = 320 + 21 + 14 + 13$ گرم
درصد جرمی 1 و 2 -دی برمو پروپن:

$$\frac{101}{368} \times 100 = 27\%$$

(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

هر چقدر جرم مولی یک فلز بیشتر باشد، ظرفیت گرمایی ویژه آن کمتر است.
گزینه ۲: اگر جرم و دمای یک نمونه بیشتر از نمونه دیگر باشد، انرژی گرمایی بیشتری خواهد داشت.
گزینه ۳: از آمونیوم نیترات در بسته های سرمازا استفاده می شود.
گزینه ۴: استفاده از غذاهای بومی و فصلی، به کاهش مصرف انرژی منجر می شود.
(شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۰. گزینه ۳ درست است.

ابتدا باید مشخص شود نمودار، مربوط به کدام واکنش دهنده است. پس سرعت آن را از آغاز تا 20 ثانیه از نمودار محاسبه کرده و با سرعت واکنش مقایسه می کنیم.

$$R = \frac{0/6}{2 \times \frac{20}{60}} = 0/9 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

سرعت به دست آمده، دو برابر سرعت واکنش است که نشان می دهد ضریب استوکیومتری ماده مورد نظر در معادله موازنه شده واکنش برابر ۲ است. نمودار مربوط به HCl می باشد.

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{4/48}{22/4} = 0/2 \text{ mol}$$

HCl دو برابر مول کربن دی اکسید است، یعنی ۰/۴ مول در ثانیه ۱۰، ۰/۴ مول

HCl مصرف شده است. (شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۱. گزینه ۴ درست است.

بیشترین مقدار گرمای آزاد شده موقعی است که X، گاز ولی Y، مایع باشد.

گزینه ۱: ارزش سوختی اتانول در حالت گاز بیشتر از مایع است.

گزینه ۲: واکنش سوختن اتانول گرماده است و حالت فیزیکی آب و اتانول روی مقدار گرمای آزاد شده تأثیرگذار است ولی گرماده را به گرماگیر تغییر نمی دهند.

گزینه ۳: اندازه آنتالپی سوختن مولی اتان بیشتر از اتانول است. (شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۲. گزینه ۳ درست است.

الف: فقط از طریق گروه کربوکسیل می تواند در تشکیل استر و آمید شرکت کند.

ب: فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{15}\text{H}_{15}\text{N}_3\text{O}_7$ است و اختلاف جرم مولی آن با جرم مولی اتم های کربن سازنده برابر ۸۹ گرم می باشد. جرم مولی هگزان برابر ۸۶ گرم برمول است.

پ: تعداد پیوندهای C-H برابر ۱۴ و مجموع جفت الکترون ناپیوندی برابر ۷ است.

ت: مجموع عدد اکسایش اتم های نیتروژن برابر ۵- و اتم های کربن برابر ۶- است.

(شیمی (۲) و (۳) - فصل ۳ و ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۳. گزینه ۲ درست است.

چگالی هر دو پلی اتن سبک و سنگین، کمتر از ۱ بوده و روی آب شناور می مانند.

گزینه ۱: مونومر پلی استیرن، استیرن با فرمول C_8H_8 ولی مولکول سازنده ترفتالیک اسید، پارازایلن با فرمول C_8H_{10} می باشد.

گزینه ۳: آنتالپی پلیمری شدن هر دو برابر می باشد چون پیوندهای شکسته و تشکیل شده یکسان است.

گزینه ۴: پلی لاکتیک اسید، زیست تخریب پذیر بوده و ماندگاری کمتری از کولار دارد.

(شیمی (۲) و (۳) - فصل ۳ و ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۴. گزینه ۲ درست است.

موارد ۲ و ۳ درست هستند.

مورد اول: دی اسید تشکیل دهنده پلی اتیلن ترفتالات، ترفتالیک اسید است که گروه های کربوکسیل در حلقه بنزن روبه روی هم قرار گرفته اند ولی اینجا فتالیک اسید است که گروه های کربوکسیل در کنار هم قرار گرفته اند.

مورد چهارم: واکنش اکسایش - کاهش محسوب نمی شود چون عدد اکسایش اتم ها بر اثر انجام واکنش تغییر نمی کند.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۵. گزینه ۱ درست است.

صابون ها را علاوه بر اسیدهای چرب می توان از استرهای بلند زنجیر نیز تهیه کرد چون استرها آبکافت شده و اسید چرب تولید می کنند.

گزینه ۲: بخش آنیونی صابون ها کربوکسیلات (COO^-) ولی غیرصابون ها سولفونات (SO_3^-) است.

گزینه ۳: چسبندگی چربی ها به لباس های پلی استری قوی تر است.

گزینه ۴: صابون ۱۸ کربنه: $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{O}_2\text{Na}$ ، غیرصابون ۱۸ کربنه: $\text{C}_{12}\text{H}_{25}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$

(شیمی (۳۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۹۶. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10, [\text{OH}^-][\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-6/5} \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7/5} \rightarrow \text{pH} = 7/5$$

قسمت اول:

$$\text{pH} = 6 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-8} \rightarrow \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = 100 \rightarrow \frac{x}{2} = 100 \rightarrow x = 200$$

قسمت دوم:

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۷. گزینه ۴ درست است.

ابتدا غلظت اسید ضعیف را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 3 \rightarrow [H^+] = 10^{-3} \rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA] - [H^+]} \rightarrow 10^{-5} = \frac{10^{-6}}{[HA]} \rightarrow [HA] = 0.1 \rightarrow n_{HA} = 0.1 \times 0.2 = 0.02$$

به علت کوچک بودن ثابت یونش، از مقدار اسید یونش یافته در مخرج صرف نظر کردیم.

در مرحله دوم غلظت هیدروکسید در محلول باریم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 13.3 \rightarrow [H^+] = 10^{-13.3} = 10^{-14} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = 0.2 \rightarrow n_{OH^-} = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

هر مول اسید HA یک مول یون هیدروکسید را خنثی می‌کند. پس ۰.۰۲ مول از یون هیدروکسید با اسید خنثی شده و ۰.۰۲ مول باقی مانده و محلول را بازی می‌کند.

$$[OH^-] = \frac{0.02}{0.4} = 0.05 \rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-13} \rightarrow pH = -\log(2 \times 10^{-13}) = 12.7$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۹۸. گزینه ۲ درست است.

الف: فلزهای واکنش‌پذیر مثل فلزهای دسته S را نمی‌توان روی فلزات دیگر آبکاری کرد.

ب: در بعضی از نیم‌سلول‌ها مثل SHE، تغییر جرمی در الکتروود حاصل نمی‌شود.

پ: در سلول‌های سوختی هیدروژن-اکسیژن، هیدروژن در آند اکسید می‌شود. در بعضی از سلول‌های سوختی به‌جای هیدروژن از گاز دیگری مثل متان هم استفاده می‌شود.

ت: فلزهایی که پتانسیل کاهش منفی‌تری از آب داشته باشند، در رقابت کاتدی بازنده بوده و آب کاهش می‌یابد و نمی‌توان آن فلزات را از محلول آبی با روش برقکافت تهیه کرد. (شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۹. گزینه ۲ درست است.

الکتریسیته مصرفی هم‌ارز با الکترون مصرفی است. اگر الکترون مصرفی را ۱۰۰ مول در نظر بگیریم و با در نظر گرفتن این نکته که یون‌های مس و روی به‌صورت دو الکترونی ولی یون نقره تک الکترونی کاهش می‌یابد، مول‌های فلزات به این صورت خواهد بود:

$$n_{Cu} = \frac{60}{2} = 30 \rightarrow m_{Cu} = 30 \times 64 = 1920 \text{ g}$$

$$n_{Zn} = \frac{20}{2} = 10 \rightarrow m_{Zn} = 10 \times 65 = 650$$

$$n_{Ag} = \frac{20}{1} = 20 \rightarrow m_{Ag} = 20 \times 108 = 2160$$

$$\%w/w_{Cu} = \frac{1920}{1920 + 650 + 2160} \times 100 \approx 40$$

$$\%n_{Ag} = \frac{20}{60} \times 100 \approx 33$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

از گزارش آزمایش‌ها به‌ترتیب می‌توان به این صورت نتیجه‌گیری کرد:

واکنش‌پذیری A از B بیشتر است. پتانسیل کاهش A منفی‌تر از B است.

پتانسیل کاهش فلز B منفی است.

واکنش‌پذیری C از A بیشتر است. پتانسیل کاهش C منفی‌تر از A است.

مقایسه پتانسیل کاهش هر سه فلز: $E^\circ(C) < E^\circ(A) < E^\circ(B) < H^+ / H_2$

الف) در سلول تشکیل شده از A و C، آند C بوده و آنیون‌ها به سمت خانه آندی حرکت می‌کنند.

ب) اختلاف پتانسیل B – C بیشتر بوده و emf بیشتری دارد.

پ) جرم تیغه پلاتین در الکتروود SHE تغییر نمی‌کند.

ت) از مقدار دقیق پتانسیل کاهش فلز C اطلاع نداریم. (شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

شعاع اتمی لیتیم، ۱۵۲ پیکومتر و شعاع اتمی برم، ۱۱۴ پیکومتر است. (شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

اتم مرکزی می‌تواند کربن یا سیلیسیم باشد که می‌توانند یون‌های چند اتمی تشکیل دهند. توجه کنید کربن و سیلیسیم، یون‌های تک اتمی ندارند ولی یون‌های چند اتمی می‌توانند تشکیل دهند.

گزینه ۱: مشخصات مولکول آمونیاک است که باز ضعیف بوده و در آب یونش ناقص دارد.

گزینه ۳: در این مولکول ۳ جفت الکترون پیوندی و ۲ الکترون ناپیوندی (یک جفت) وجود دارد که نسبت آن‌ها ۱/۵ است.

گزینه ۴: مولکول مورد نظر متقارن و ناقطبی است، و اگر یکی از اتم‌های کناری را با اتم دیگری جایگزین کنیم، مولکول قطبی شده و گشتاور دو قطبی آن افزایش خواهد یافت، نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش آن افزایش می‌یابد.

(شیمی (۱) و (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

آنتالپی فروپاشی MgF_2 از Na_2O بیشتر بوده و خصلت فلزی سدیم از منیزیم بیشتر است.

گزینه ۱: در AX بار آنیون و کاتیون برابر بوده و می‌تواند ۳ یا ۲ باشد که در هر دو صورت آنتالپی فروپاشی از ۲۰۰۰ بیشتر خواهد بود.

گزینه ۳: در BC بار آنیون و کاتیون برابر ۳ بوده و می‌تواند چگالی بار بیشتری نسبت به کاتیون A داشته باشد. مثلاً B می‌تواند آلومینیم و A، گالیم باشد.

گزینه ۴: AX می‌تواند LiCl و BC، KF باشد که در این صورت چگالی بار آنیون C از X بیشتر است.

(شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

الف: کربن دی‌اکسید گازی گلخانه‌ای و پایدارتر از کربن مونوکسید است.

ب: آنتالپی این واکنش را می‌توان با روش تجربی اندازه گرفت.

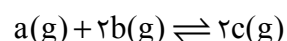
پ: انرژی فعالسازی واکنش عددی مثبت است. با معکوس کردن واکنش، انرژی فعالسازی عددی متفاوت و بزرگ‌تر از این عدد خواهد بود.

ت: کاتالیزگر انرژی فعالسازی واکنش را کاهش می‌دهد و دما انرژی فعالسازی را تأمین می‌کند. در دماهای پایین این واکنش در مبدل‌های کاتالیستی به سرعت خوبی انجام نمی‌گیرد. (شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

نمودارهای a و b نزولی و c صعودی می‌باشد که نشان می‌دهد a و b واکنش‌دهنده و c فرآورده است.

تغییرات غلظت گونه‌ها از شروع تا لحظه تعادل را به‌دست آورده و به کوچک‌ترین عدد به‌دست آمده تقسیم می‌کنیم تا ضرایب استوکیومتری به‌دست آیند. تغییرات غلظت a برابر ۰/۱، b برابر ۰/۲ و c برابر ۰/۲ می‌باشد که اگر هر سه عدد را به ۰/۱ تقسیم کنیم ضرایب استوکیومتری به‌دست می‌آیند.



$$K = \frac{[c]^2}{[a][b]^2} = \frac{(0.2)^2}{(0.5)(0.4)^2} = 0.5$$

با افزایش حجم (کاهش فشار) تعادل در جهت مول گازی بیشتر یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود تا کاهش فشار را جبران کند. (شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)



سنجش نهایی دروس عمومی پایه دوازدهم

کتابی جامع برای آمادگی در امتحانات نهایی دوازدهم از مجموعه اصل کاری منتشر شد

شامل:

مجموعه سؤالات آزمون‌های آزمایشی شبه نهایی (تشریحی)
ویژه داوطلبان گروه‌های آزمایشی ریاضی، تجربی، هنر و زبان

ویژگی‌های کتاب:

- ۵ آزمون مستقل به همراه پاسخ کاملاً تشریحی برای هر درس (ادبیات، عربی، دین و زندگی و زبان)
- دارای پاسخ برگ جهت شبیه‌سازی کامل شرایط آزمون
- نکات آموزشی کلیدی و مهم هر درس
- راهنمای تصحیح کاربردی به همراه جدول هدف و محتوا و بارم‌بندی دفتر تألیف

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



تشریحی

برگزاری آزمایشی شبه امتحانات نهایی

دروس عمومی و اختصاصی پایه‌های یازدهم و دوازدهم



برگزاری آزمون تشریحی
قبل از امتحانات میانی و نهایی کشوری

- ✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات و نحوه مطالعه کتب درسی جهت شرکت در امتحانات نهایی؛
- ✓ ارزیابی کیفی و کمی سطح آگاهی و آمادگی دانش‌آموزان؛

sanjesheducationgroup

صدای داوطلب ۰۲۱-۴۲ ۹۶۶

sanjeshserv

ثبت‌نام‌گروهی دبیرستان‌ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱-۳

www.sanjeshserv.ir

اطلاعیه شرکت در

آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)

ویژه دانش آموزان پایه‌های یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری ۱۴۰۴

رشته‌های شاخه نظری دوره دوم آموزش متوسطه

به اطلاع تمامی مدیران، مشاوران، دبیران گرامی و نیز داوطلبان آزاد و دانش آموزان دوره دوم متوسطه می‌رساند:

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور در راستای **حذف دروس عمومی و تأثیر**

سوابق تحصیلی در نتیجه کنکور سراسری سال تحصیلی جاری و آمادگی هرچه بهتر دانش آموزان جهت حضور در

امتحانات مستمر اول و دوم (پایانی نوبت اول و دوم) نسبت به طراحی و برگزاری **آزمون شبه امتحانات نهایی دروس**

عمومی و اختصاصی (تشریحی) به صورت **خودارزیابی** اقدام نموده است. این آزمون در دو نوبت برای سال جاری

تحصیلی برنامه‌ریزی شده که نوبت اول آن طبق اعلام قبلی در آذرماه سال ۱۴۰۳ برگزار گردیده است و نوبت دوم

آن برای داوطلبان پایه دوازدهم، و برای پایه یازدهم مطابق با آخرین مصوبه شورای عالی آموزش و پرورش در شش

عنوان درسی، در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۴ برگزار می‌گردد.

از مهم‌ترین مزایای آزمون آزمایشی شبه نهایی می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود:

✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات (تشریحی) آزمون شبه نهایی؛ به تفکیک دروس عمومی و اختصاصی

✓ آشنایی و آماده‌سازی داوطلب با نمونه سؤالات شبه نهایی کشوری

✓ ارزیابی مداوم یاددهی و یادگیری مطالب درسی در پیشرفت تحصیلی دانش آموز؛

* طراحی سؤالات آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)، بر اساس

ارزشیابی تحصیلی وفق مقررات و ضوابط موجود در وزارت آموزش و پرورش می‌باشد.

جهت اطلاع از تسهیلات، جزئیات ثبت‌نام و نحوه برگزاری آزمون به سایت شرکت به نشانی

www.sanjeshserv.ir مراجعه فرمایید.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان

سازمان بنش آموزش کشور