



آزمون ۵ از ۱۵



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله سوم (۱۴۰۳/۰۹/۰۹)

## علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)

### مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال‌های ارتباطی:

## ریاضیات

۱. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned} x = 11/25^\circ &\Rightarrow 4x = 45^\circ \\ \cos 4x &= 2\cos^2 2x - 1 = 2(2\cos^2 x - 1) - 1 \\ &= 2(2a^2 - 1) - 1 = 4a^2 - 2a^2 + 1 \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \cos 4x &= 4a^2 - 2a^2 + 1 \xrightarrow{x=11/25} \\ \cos 45 &= 4a^2 - 2a^2 + 1 \xrightarrow{\times 2} \\ \sqrt{2} &= 4a^2 - 2a^2 + 2 \rightarrow \\ 4a^2 - 2a^2 &= \sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۲. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{4x - \pi}{2}\right) &= \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -\cos 2x \quad \text{و} \quad \cos\left(\frac{4x + \pi}{2}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\sin 2x \end{aligned}$$

بنابر صورت مسئله داریم:

$$\begin{aligned} -\cos 4x &= -(-\sin 2x) \rightarrow \\ \cos 2(2x) &= -\sin 2x \rightarrow \\ 1 - 2\sin^2 2x &= -\sin 2x \xrightarrow{\sin 2x = t} = t \\ 1 - 2t^2 + t &= 0 \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \sin 2x = 1 \rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4} \\ \sin 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow 2x = \frac{7\pi}{6}, 2x = \frac{11\pi}{6} \end{cases} \\ x_1 = \frac{7\pi}{12}, x_2 = \frac{11\pi}{12} \\ \alpha = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{7\pi}{4} \\ \cot 2\alpha = \cot \frac{7\pi}{2} = 0 \end{aligned}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} a = \sqrt{3}, b = 1 &\rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3+1} \\ \sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

طرفین را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = -1$$

$$\cos \frac{\pi}{6} \times \cos x - \sin \frac{\pi}{6} \times \sin x = -1$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$$

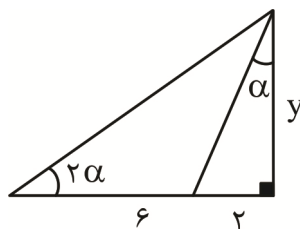
$$\rightarrow x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi$$

$$x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \text{ یا } \frac{-7\pi}{6}$$

دو جواب دارد.

(سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۱ درست است.



$$\tan \alpha = \frac{2}{y}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{y}{8}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{2}{y}}{1 - \left(\frac{2}{y}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{4}{y}}{1 - \frac{4}{y^2}} = \frac{\frac{4}{y}}{\frac{y^2 - 4}{y^2}} \Rightarrow \frac{4y}{y^2 - 4}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{4y}{y^2 - 4} = \frac{y}{8} \xrightarrow{y \neq 0} y^2 - 4 = 32$$

$$y^2 = 36 \rightarrow \boxed{y = 6}$$

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$= \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{4}{40} = \frac{4}{5}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۳ درست است.

$$3S_n - 5S_{n-1} + 2S_{n-2} = a_{n-3} + 8$$

در دنباله حسابی فوق داریم:

$$3S_n - 3S_{n-1} - 2S_{n-1} + 2S_{n-2} = a_{n-3} + 8$$

$$\Rightarrow 3(S_n - S_{n-1}) - 2(S_{n-1} - S_{n-2}) = a_{n-3} + 8$$

$$\Rightarrow 3a_n - 2a_{n-1} = a_{n-3} + 8$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3a_1 + 3(n-1)d - 2a_1 - 2(n-2)d &= a_1 + (n-4)d + 1 \\ \Rightarrow \cancel{3a_1} + \cancel{3nd} - \cancel{3d} - \cancel{2a_1} - \cancel{2nd} + \cancel{4d} &= \cancel{a_1} + nd - 4d + 1 \\ \Rightarrow \cancel{a_1} + \cancel{nd} + d &= \cancel{a_1} + \cancel{nd} - 4d + 1 \\ \Rightarrow d &= \frac{1}{5} = 1/5 \end{aligned}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۶. گزینه ۲ درست است.

$$-4, a, b, 32$$

$$\begin{cases} b^2 = 32a \\ 2a = b - 4 \end{cases} \rightarrow b^2 = 16(2a)$$

$$b^2 = 16(b - 4) = 16b - 64$$

$$b^2 - 16b + 64 = 0$$

$$(b - 8)^2 = 0 \rightarrow b = 8, a = 2$$

$$\frac{b+a}{a^2} = \frac{8+2}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

(سطح دشواری: آسان)

۷. گزینه ۲ درست است.

$$\left(1 \times \frac{1-t^6}{1-t}\right)^2 = \left(1 \times \frac{1-t^3}{1-t}\right) \times \left(1 \times \frac{1-t^9}{1-t}\right)$$

$$\frac{\cancel{1-2t^6+t^6}}{(1-t)^2} = \frac{\cancel{1-t^3-t^3+t^6}}{(1-t)^2}$$

$$t^9 + t^3 - 2t^6 = 0 \xrightarrow{t \neq 1}$$

$$t^3(t^6 + 1 - 2t^3) = 0 \begin{cases} t = 0 \text{ غ ق} \\ (t^3)^2 - 2t^3 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{a = t^3}$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$t^3 = 1 \Rightarrow t = 1 \text{ غ ق}$$

(سطح دشواری: متوسط)

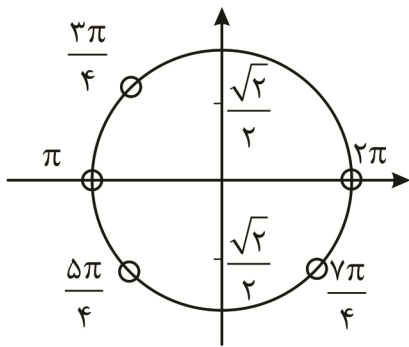
۸. گزینه ۱ درست است.

$$\sin(\pi x) + \cos \pi x = \sqrt{2} \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$-\sqrt{2} \leq \underbrace{\sqrt{2} \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right)}_{\in \mathbb{Z}} \leq +\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) = -1, 0, 1 \rightarrow \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{0 < x < 2 \rightarrow 0 < \pi x < 2\pi}$$

$$\frac{\pi}{4} < \pi x + \frac{\pi}{4} < 2\pi + \frac{\pi}{4}$$



$$\left. \begin{aligned} \pi x + \frac{\pi}{4} &= \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \pi x + \frac{\pi}{4} &= \pi \rightarrow x = \frac{3}{4} \\ \pi x + \frac{\pi}{4} &= \frac{5\pi}{4} \rightarrow x = 1 \\ \pi x + \frac{\pi}{4} &= \frac{7\pi}{4} \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ \pi x + \frac{\pi}{4} &= 2\pi \rightarrow x = \frac{7}{4} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع مقادیر}} 5/5$$

(سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۴ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} [x^2] = [9^-] = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{ax - 2\sqrt{x-2} - 1}}{x^2 - [x^2] - 1} \stackrel{a=1}{=} \frac{3a - 3}{9 - 8 - 1} = \frac{0}{0} \stackrel{a=1}{\rightarrow} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x-2} - 1}}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{(\sqrt{x-2} - 1)^2}}{x^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-\sqrt{x-2} + 1}{x^2 - 9} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - x}{(x - 3)(x + 3) \times 2} = -\frac{1}{12} = b$$

(سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\cot x - \tan x) \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot 2x}{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}} &= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\cot x - \tan x)}{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}} \times \frac{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} \\ &= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\tan x - \cot x)}{(\tan x - \cot x)(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x})} = -1. \end{aligned}$$

(سطح دشواری: آسان)

۱۱. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)}$$

$$\begin{cases} f(1^+) = 0^- \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{f(1^+)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty \quad \boxed{\times} \\ f(1^-) = 0^- \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{f(1^-)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty \quad \boxed{\times} \\ f(2^+) = 0^+ \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{f(2^+)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty \\ f(2^-) = 0^- \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{f(2^-)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty \quad \boxed{\times} \\ f(3^+) = 0^- \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{f(3^+)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty \quad \boxed{\times} \\ f(3^-) = 0^+ \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{f(3^-)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty \\ f(4^+) = 0^+ \rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد منفی}}{f(4^+)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty \quad \boxed{\times} \\ f(4^-) = 0^+ \rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2}[x]) - \frac{\pi}{2x}}{f(x)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{f(4^-)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۱۲. گزینه ۳ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a - 3[-4x]}{1 - 4x^2} = +\infty$$

مخرج کسر صفر شده؛ پس ابتدا علامت مخرج را در همسایگی است  $x = \frac{1}{2}$  پیدا می‌کنیم:

$$x > \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow 4x^2 - 1 > 0$$

$$\Rightarrow 1 - 4x^2 < 0 \Rightarrow \text{مخرج صفر منفی است.}$$

پس کافی است، صورت عددی منفی باشد.

$$a - 3[-4x] > 0$$

$$x > \frac{1}{2} \Rightarrow 4x > 2 \Rightarrow -4x < -2 \Rightarrow [-4x] = -3$$

$$a + 9 < 0 \Rightarrow a < -9$$

(سطح دشواری: متوسط)

۱۳. گزینه ۴ درست است.

اولاً لازم است مخرج کسر صفر شود.

$$a + \sqrt{3} \tan \frac{\pi}{x+1} = a + \sqrt{3} \tan \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} -3 + \sqrt{3} \tan \frac{\pi}{x+1} = 0^-$$

اما دقت کنید:

$$x > 2 \Rightarrow x+1 > 3 \Rightarrow \frac{\pi}{x+1} < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{x+1} < \sqrt{3}$$

زیرا:

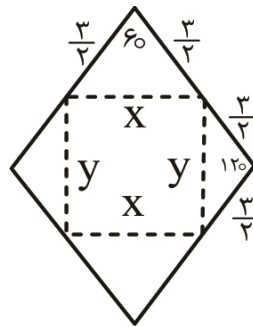
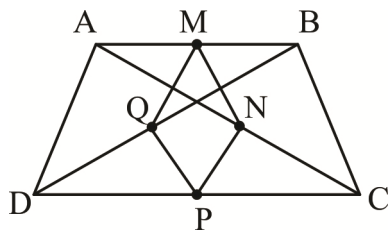
$$\sqrt{3} \tan \frac{\pi}{x+1} < 3 \Rightarrow -3 + \sqrt{3} \tan \frac{\pi}{x+1} < 0$$

ثانیاً از طرفی حاصل حد نامتناهی و  $-\infty$  شده، پس صورت باید عددی مثبت باشد.

$$-3 + b \sin \frac{\pi}{2} > 0 \Rightarrow -3 + b > 0 \Rightarrow b > 3$$

(سطح دشواری: متوسط)

۱۴. گزینه ۳ درست است.



در مثلث ABD، نقاط M و Q وسط اضلاع مثلث هستند، بنابر عکس قضیه تالس  $MQ \parallel AD$  و بنا به قضیه تالس در مثلث ABD داریم:

$$MQ \parallel AD \Rightarrow \frac{MQ}{AD} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} (6) = 3$$

به همین ترتیب  $MN = NP = QP = 3$  و چهارضلعی MNPQ یک لوزی است، اگر وسط اضلاع لوزی را به هم وصل کنیم چهارضلعی حاصل یک مستطیل است، بنا به قضیه کسینوس ها در مثلث فوق داریم:

$$y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\cos 120^\circ = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = 3\left(\frac{9}{4}\right) \Rightarrow y = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

عرض مستطیل برابر است با:

$$x = \frac{3}{2}$$

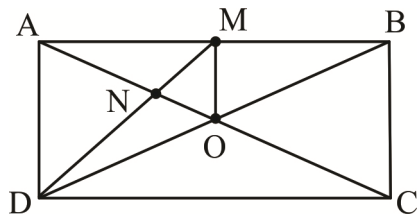
مساحت مستطیل:

$$S_1 = xy = \frac{9}{4}\sqrt{3}$$

$$\frac{S_1}{S_{\text{لوزی}}} = \frac{\frac{9}{4}\sqrt{3}}{(3) \times (3) \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۱۵. گزینه ۲ درست است.



اگر قطره‌های مستطیل را رسم کنیم.

پاره‌خط‌های AO و MD میانه‌های مثلث ABD است.

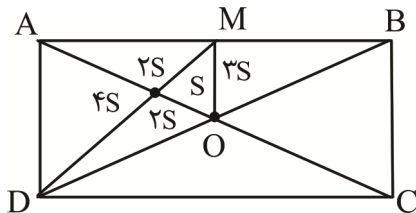
از طرفی M و O وسط اضلاع AB و BD هستند.

بنابراین  $AN = 2NO$  و  $DN = 2NM$  اگر مساحت مثلث

MNO را با S نمایش دهیم:

$$S_{ANM} = S_{NDO} = 2S$$

$$S_{MDB} = 2S_{MDO} = 6S$$



از طرفی در مثلث  $\triangle MDB$ ، MO میانه است.

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2(12S) = 24S$$

$$\frac{S_{MNO}}{S_{ABCD}} = \frac{S}{24S} = \frac{1}{24}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۴ درست است.

ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  وارون پذیر است؛ زیرا  $|A| = 10 - 12 = -2 \neq 0$  بنابراین طرفین عبارت  $A^{-1} = \alpha A + \beta I$  را

در ماتریس A ضرب می‌کنیم.

$$AA^{-1} = \alpha A^2 + \beta A \Rightarrow I = \alpha A^2 + \beta A$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 21 \\ 28 & 37 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 16\alpha & 21\alpha \\ 28\alpha & 37\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\beta & 3\beta \\ 4\beta & 5\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16\alpha + 2\beta & 21\alpha + 3\beta \\ 28\alpha + 4\beta & 37\alpha + 5\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 16\alpha + 2\beta = 1 \\ 28\alpha + 4\beta = 0 \end{cases}$$

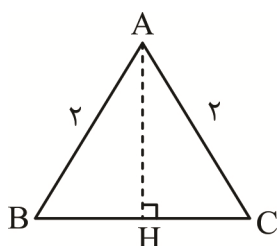
$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{7}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{2}\right) = -3$$

البته می‌توان به کمک وارن ماتریس هم مسئله را حل کرد.

(سطح دشواری: متوسط)

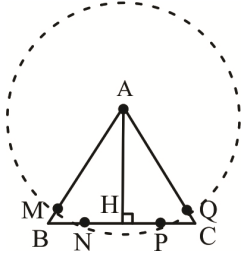
۱۷. گزینه ۱ درست است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از رأس A به فاصله  $\sqrt{\pi}$  واحد باشد، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع  $\sqrt{\pi}$  واحد است. دایره را رسم می‌کنیم.



$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}(2) = \sqrt{3}$$

شعاع دایره در رابطه  $AH < R < AB$  صدق می‌کند؛ یعنی دایره به مرکز  $A$  و به شعاع  $\sqrt{\pi} = \sqrt{3/4}$  به نقاط  $B$  و  $C$  نمی‌رسد، ولی پاره خط  $BC$  را قطع می‌کند.



$$AM = AN = AP = AQ = \sqrt{\pi}$$

بنابراین چهار نقطه روی مثلث وجود دارد که از  $A$  به فاصله  $\sqrt{\pi}$  واحد است.

(سطح دشواری: دشوار)

۱۸. گزینه ۲ درست است.

با جابه جایی دو سطر، حاصل دترمینان منفی می‌شود؛ بنابراین:

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 7 \\ x & y & 2 \end{vmatrix} = (-m)^3 = -m^3$$

(سطح دشواری: آسان)

۱۹. گزینه ۳ درست است.

$$|2A| = |A|^2 - 5 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = -1 \\ |A| = 5 \end{cases} \quad 2A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

ماتریس  $A$  ماتریس ضرایب است، بنا به فرض  $|A| > 0$  نتیجه  $|A| = 5$  است.

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} \\ -1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \end{bmatrix} \Rightarrow x + y = 4$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۱ درست است.

$$s = i + \frac{b}{2} - 1$$

بنابراین قضیه پیک داریم:  $i = 35, b = 11$  است در نتیجه مساحت چندضلعی شبکه‌ای برابر با  $39/5$  است.

(سطح دشواری: آسان)

۲۱. گزینه ۳ درست است.

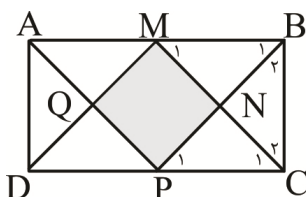
$$AB \parallel CD, BP \setminus \Rightarrow B_1 = P_1, B_1 = B_2 \Rightarrow P_1 = B_2$$

مثلث  $BCP$  متساوی الساقین است:  $BC = PC$  به همین ترتیب  $MB = BC$  در نتیجه چهارضلعی  $MBCP$  مربع است

و در مربع قطرها، مربع را به چهار مثلث هم‌مساحت تبدیل می‌کنند.  $S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{MBCP}$  از طرفی چهارضلعی  $AMPD$

هم مربع است. که با مربع  $MBCP$  هم‌نهشت است. مساحت چهارضلعی  $MNPQ$  یک چهارم مساحت مستطیل  $ABCD$  است.

(سطح دشواری: متوسط)



۲۲. گزینه ۴ درست است.

$$|A - B| = 2(1) - 1(-12) = 14$$

صورت و مخرج عبارت  $|A^{-1} - B^{-1}|$  را در  $|A||B|$  ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{|A||B||A^{-1} - B^{-1}|}{|A||B|} = \frac{|B||AA^{-1} - AB^{-1}|}{-7} = \frac{|B - A|}{-7}$$

$$|B - A| = (-1)^3 |A - B| = -14 \quad \text{از طرفی}$$

$$|A^{-1} - B^{-1}| = \frac{-14}{-7} = 2$$

(سطح دشواری: دشوار)

۲۳. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} a \equiv 2b \\ b \equiv 3 \Rightarrow 2b \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow \xrightarrow{(35, 14)=7} a \equiv 6 \Rightarrow a = 7k + 6$$

به‌ازای  $k=13$ ، عدد  $a=97$  بزرگ‌ترین عدد دو رقمی ممکن و حاصل جمع ارقام این عدد برابر  $9+7=16$  است.

(سطح دشواری: متوسط)

۲۴. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} a \equiv 9 \\ a \equiv 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 9 \\ a \equiv 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11a \equiv 99 \\ 13a \equiv 65 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11a \equiv 99 \\ 13a \equiv 65 \end{cases} \Rightarrow 13a - 11a \equiv 65 - 99$$

$$\Rightarrow 2a \equiv -34 \xrightarrow{\div 2} a \equiv -17 \equiv 126$$

(سطح دشواری: دشوار)

۲۵. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} a \equiv -5 \\ b + 5 \equiv 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv -5 \equiv 3 \\ b \equiv 14 \equiv 6 \end{cases}$$

$$(a - 2b)^3 \equiv (3 - 2 \times 6)^3 \equiv (-9)^3 \equiv (-1)^3 \equiv -1 \equiv 7$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۶. گزینه ۲ درست است.

$$aaaab5b3 \equiv 7 \Rightarrow 3 - b + 5 - b + a - a + a - a \equiv 7$$

$$8 - 2b \equiv 7 \Rightarrow 2b \equiv 1 \Rightarrow 2b \equiv 12 \Rightarrow b \equiv 6 \Rightarrow b = 11k + 6$$

$b$  یک رقم است، بنابراین فقط می‌تواند ۶ باشد.

$$\Rightarrow b^{53} = 6^{53} \Rightarrow 6^{53} \equiv (-1)^{53} \equiv -1 \equiv 6$$

(سطح دشواری: دشوار)

۲۷. گزینه ۱ درست است.

شرط وجود جواب معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  آن است که:  $(a, m) | b$  اگر معادله  $(9a - 2)x \equiv 12 \pmod{4a + 1}$  به پیمانه  $4a + 1$  جواب نداشته باشد؛ یعنی:  $12 \nmid (9a - 2)$

اگر ب. م. م.  $9a - 2$  و  $4a + 1$  را  $d$  بنامیم، آنگاه:

$$\begin{cases} d \mid 9a - 2 \\ d \mid 4a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 4 \times (9a - 2) \\ d \mid 9 \times (4a + 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 36a - 8 \\ d \mid 36a + 9 \end{cases} \Rightarrow d \mid 17 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 17$$

اگر  $d = 1$  باشد معادله هم‌نهشتی جواب دارد؛ پس باید  $d = 17$  باشد:

$$\begin{aligned} 17 \mid 4a + 1 &\Rightarrow 4a + 1 \equiv 0 \Rightarrow 4a \equiv -1 \Rightarrow 4a \equiv -1 \equiv 16 \Rightarrow a \equiv 4 \\ &\Rightarrow a = 17k + 4 \Rightarrow 10 \leq 17k + 4 \leq 99 \Rightarrow 6 \leq 17k \leq 95 \Rightarrow 1 \leq k \leq 5 \end{aligned}$$

پس ۵ عدد دو رقمی مانند  $a$  وجود دارد.

(سطح دشواری: دشوار)

۲۸. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} x \equiv 2 \\ y \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11x' + 2 \\ y = 11y' + 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 11x' + 2 + 11y' + 1 = 119$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 11x' + 11y' = 116 \Rightarrow 11y' \equiv 116 \Rightarrow 4y' \equiv 4 \Rightarrow y' \equiv 1 \\ &\Rightarrow y' = 11t + 1 \Rightarrow 11x' = 116 - 11y' = 116 - 11(11t + 1) = -77t + 105 \\ &\Rightarrow x' = -7t + 15 \Rightarrow \begin{cases} x = 11(-7t + 15) + 2 = -77t + 167 \\ y = 11(11t + 1) + 1 = 121t + 12 \end{cases} \end{aligned}$$

این معادله، دو جواب طبیعی با این شرایط دارد.

| t | ۰   | ۱   |
|---|-----|-----|
| x | ۱۰۷ | ۹۰  |
| y | ۱۲  | ۱۳۲ |

(سطح دشواری: دشوار)

۲۹. گزینه ۱ درست است.

فضای نمونه‌ای متشکل از همه اعداد دو رقمی به فرم  $a = 13n + 4$  است. تعداد این اعداد زیاد نیست و می‌توان همه را به صورت زیر به دست آورد:

$$S = \{17, 30, 43, 56, 69, 82, 95\}$$

از بین اعداد باید ببینیم که کدام‌ها در شرط  $a \equiv 5 \pmod{12}$  صدق می‌کنند. به عبارت دیگر اعدادی مطلوب هستند که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۱۲ برابر ۵ باشد:

| عدد                    | ۱۷ | ۳۰ | ۴۳ | ۵۶ | ۶۹ | ۸۲ | ۹۵ |
|------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| باقی‌مانده تقسیم بر ۱۲ | ۵  | ۶  | ۷  | ۸  | ۹  | ۱۰ | ۱۱ |

تنها عدد مطلوب، عدد ۱۷ است، پس احتمال خواسته شده برابر با  $\frac{1}{7}$  است.

(سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۴ درست است.

$$3a52 + 41ab \equiv 0 \Rightarrow 3a52 + 41ab \equiv 0$$

$$\Rightarrow (3 + a + 5 + 2) + (4 + 1 + a + b) \equiv 0 \Rightarrow 2a + b + 15 \equiv 0 \Rightarrow 2a + b \equiv -15 \equiv 3$$

$a$  و  $b$  دو رقم هستند، پس  $2a + b \leq 27$  است. این یعنی:

$$2a + b = 3 \text{ یا } 12 \text{ یا } 21$$

از طرفی مجموع دو عدد مضرب ۱۸ است؛ پس باید زوج باشد، با توجه به رقم یکان دو عدد،  $b$  زوج است. به عبارتی  $b = 2b'$  است:

$$\underbrace{2a + 2b'}_{\text{زوج}} = \underbrace{3}_{\text{فرد}} \text{ یا } \underbrace{12}_{\text{زوج}} \text{ یا } \underbrace{21}_{\text{فرد}} \Rightarrow 2a + 2b' = 12 \Rightarrow a + b' = 6$$

کل حالات ممکن  $(5, 1)$  یا  $(4, 2)$  یا  $(3, 3)$  یا  $(2, 4)$  یا  $(1, 5)$  است؛ پس همه حالت‌های  $(a, b)$  هم برابر با  $(5, 2)$  یا  $(4, 4)$  یا  $(3, 6)$  یا  $(2, 8)$  یا  $(1, 10)$  است؛ بنابراین اعداد به شکل  $\overline{ab}$ ، اعداد ۲۸، ۳۶، ۴۴ و ۵۲ هستند و مجموع آن‌ها برابر است با:

$$28 + 36 + 44 + 52 = 160$$

(سطح دشواری: دشوار)

### فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

$$W_{mg} = -\Delta U_g \Rightarrow W_{mg} = -(U_{gB} - U_{gA})$$

$$100 = -(U_{gB} - 40) \rightarrow U_{gB} = -60 \text{ J}$$

منفی بودن انرژی پتانسیل گرانشی نشان می‌دهد که جسم پایین‌تر از راستای مبدأ پتانسیل قرار دارد.

$$U_{gB} = mgh_B \rightarrow -60 = 2 \times 10 \times h_B$$

$$\rightarrow h_B = -3 \text{ m}$$

جسم در وضعیت  $B$ ، ۳ متر پایین‌تر از مبدأ پتانسیل قرار دارد.

توجه کنید راستای حرکت جسم در محاسبه کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی اهمیتی نداشته و تنها تغییر ارتفاع عمودی جسم اثر می‌گذارد.

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۳ درست است.

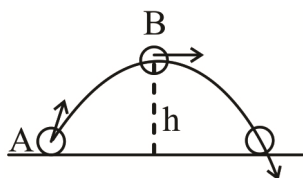
با توجه به اینکه مسیر حرکت جسم، به صورت یک منحنی است، بنابر پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نتیجه گرفت که در بالاترین نقطه مسیر حرکت تندی متحرک کمترین مقدار است و همچنین در این نقطه جهت سرعت متحرک افقی است.

$$E_B = E_A$$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 \xrightarrow[\text{و طرفین } \times 2]{\text{ها ساده}}$$

$$20 \times 20 + V_B^2 = 25^2$$

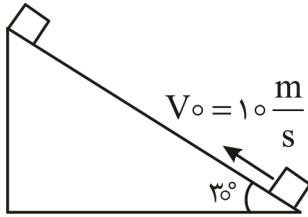
$$V_B = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

در طول مسیر حرکت ۴۰ درصد انرژی جنبشی اولیه تلف می‌شود و بقیه آن در بالاترین نقطه مسیر به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود؛ پس:



$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow E_f = E_i - \frac{4}{10} K_1$$

$$\Rightarrow U_f = K_1 - \frac{4}{10} K_1 \xrightarrow[\text{تقسیم بر } m]{\text{طرفین}} mgh = \frac{6}{10} \times \frac{1}{2} m V_1^2$$

$$\Rightarrow 10h = \frac{3}{10} \times 100 \Rightarrow h = 3m$$

$$\sin 30 = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{d}$$

$$\Rightarrow d = 6m$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{T=4\theta} 4\theta = \theta + 273$$

$$\theta = \frac{273}{3} = 91^\circ C$$

$$F = 1/8 \theta + 32 \xrightarrow{\theta=91} F = 1/8(91) + 32$$

$$F = 195/8$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: متوسط)

۳۵. گزینه ۳ درست است.

نکته مهم سؤال آن است که تمامی انبساط جسم A به طرف B بوده ولی انبساط جسم B به طور متقارن رو به دو طرف بوده و نیمی از انبساط آن به طرف جسم A است.

$$\Delta \ell_A + \frac{1}{2} \Delta \ell_B = 3mm$$

$$\Rightarrow \ell_A \cdot \alpha_A \cdot \Delta \theta + \frac{1}{2} \ell_B \cdot \alpha_B \cdot \Delta \theta = 3mm$$

$$2 \times 3 \times 10^{-5} \times \Delta \theta + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 10^{-5} \times \Delta \theta = 3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 12 \times 10^{-5} \Delta \theta = 3 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta \theta = 25^\circ C$$

در ادامه کافی است تغییر دمای به دست آمده را به فارنهایت تبدیل کنیم:

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta F = 1/8 \times 25$$

$$\rightarrow \Delta F = 45^\circ F$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۳ درست است.

گام اول: حجم اولیه مایع را حساب می کنیم:

$$V_1 = V_{\text{ظرف}} - V_{\text{کره}}$$

$$V_1 = 1100 - 100 = 1000 \text{ cm}^3$$

مایع

گام دوم: تغییر حجم مایع را بدون در نظر گرفتن انبساط کره حساب می کنیم:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T = 1000 \times 10^{-3} \times 200 = 200 \text{ cm}^3$$

مایع

گام سوم: تغییر حجم کره را حساب می‌کنیم. برای این کار از انبساط سطحی کره استفاده می‌کنیم و مقدار  $\alpha \Delta T$  را به دست می‌آوریم:

$$\Delta S = S_1 \cdot 2\alpha \Delta T$$

$$\frac{\Delta S}{S_1} = 2\alpha \Delta T \Rightarrow \frac{2^\circ}{100} = 2\alpha \Delta T \rightarrow \alpha \Delta T = 0.1$$

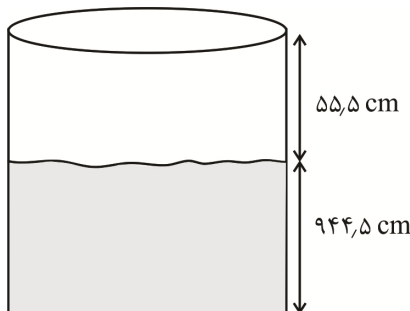
اکنون با استفاده از رابطه انبساط حجمی و در نظر گرفتن  $\alpha \Delta T = 0.1$  تغییر حجم کره را حساب می‌کنیم:

گام چهارم: با توجه به اینکه حجم مایع به اندازه  $200 \text{ cm}^3$  از ظرف بیرون می‌ریزد و در اثر انبساط کره نیز مایع به اندازه  $30 \text{ cm}^3$  بیرون می‌ریزد (این دو پدیده همزمان رخ می‌دهند). نتیجه می‌گیریم که در کل  $230 \text{ cm}^3$  مایع از ظرف بیرون می‌ریزد.

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: دشوار)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

با چشم‌پوشی از انبساط مخزن داریم:



$$\Delta v = v_1 \beta \Delta T$$

$$\Rightarrow 55.5 A = 94.5 \times A \times 10^{-3} \times \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = 60 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = \Delta T \Rightarrow 60^\circ \text{C} = \theta_f - (-10)$$

$$\Delta T = \Delta \theta \Rightarrow 60 = \theta_f - (-10)$$

$$\Rightarrow \theta_f = 50^\circ \text{C}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \rightarrow F = \frac{9}{5} \times 50 + 32$$

$$\Rightarrow F = 122^\circ \text{F}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} m = 0.1 \text{ kg} \\ \theta_1 = 200^\circ \text{C} \\ C = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} \end{cases} \quad \begin{cases} m' = 0.5 \text{ kg} \\ C' = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} \\ \theta_1 = 20^\circ \text{C} \\ \theta_f = ? \end{cases} \quad \begin{cases} C' = 200 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \\ \theta_1 = 20^\circ \text{C} \\ \theta_f = ? \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_f + Q_r = 0$$

$$\frac{10}{100} mc(\theta_f - \theta_1) + m'c'(\theta_f - \theta_1) + C(\theta_f - \theta_1) = 0$$

$$\frac{4}{5} \times 0.1 \times 500(\theta_f - 200) + 0.5 \times 4200(\theta_f - 20) + 200(\theta_f - 20) = 0$$

$$2340\theta_f = 54000 \Rightarrow \theta_f = 23.4^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۲ درست است.

ابتدا وقتی  $100^\circ \text{C}$  گرم آب برمی‌داریم و به جای آن  $240 \text{ g}$  آب صفر درجه جایگزین می‌کنیم، باید دمای تعادل را بین  $700 \text{ g}$  آب  $10^\circ \text{C}$  و گرماسنج و  $240 \text{ g}$  آب صفر درجه سلسیوس پیدا می‌کنیم:

$$10^{\circ}\text{C} \text{ آب } 700\text{g} \rightarrow \theta_e$$

$$10^{\circ}\text{C} \text{ گرماسنج } \rightarrow \theta_e$$

$$0^{\circ}\text{C} \text{ آب } \rightarrow \theta_e$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_1 - \theta_{e1}) + \overbrace{m_2 c_2}^{\text{گرماسنج C}} (\theta_2 - \theta_e) + m_3 c_3 (\theta_{e1} - \theta_3) = 0$$

$$\Rightarrow 700 \times 4/2 (\theta_{e1} - 10) - 84 (\theta_{e1} - 10) + 240 \times 4/2 (\theta_{e1} - 0) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_{e1} = 7/5^{\circ}\text{C}$$

حال اگر  $40\text{g}$  آب را برداریم باید دمای تعادل نهایی را بین  $900\text{g}$  آب  $7/5^{\circ}\text{C}$  و گرماسنج و  $460\text{g}$  آب صفر درجه سلسیوس پیدا کنیم:

$$\theta_{e_2} = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} = \frac{900 \times 4/2 \times 7/5 + 84 \times 7/5 + 460 \times 4/2 \times 0}{900 \times 4/2 + 84 + 460 \times 4/2} \Rightarrow \theta_{e_2} = 5^{\circ}\text{C}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: دشوار)

۴۰. گزینه ۴ درست است.

گام اول: گرمایی که یخ  $10^{\circ}\text{C}$  می‌گیرد تا همه آن به یخ صفر درجه تبدیل شود را در نظر می‌گیریم و مدت‌زمان لازم برای این فرآیند را حساب می‌کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q' - Pt} 2100 \times t_1 = 0/2 \times 2100 \times 10 \rightarrow t_1 = 2\text{s}$$

چون مدت‌زمان کار گرمکن بیشتر از ۲s است، نتیجه می‌گیریم که همه یخ به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود.  
گام دوم: اکنون مدت‌زمان لازم برای ذوب شدن همه یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q = mL_f$$

$$\rightarrow Pt = mL_f \rightarrow 2100 \times t = 0/2 \times 336000 \rightarrow t = 32\text{s}$$

چون گرمکن مدت ۳۲s روشن بوده است و ۲s صرف تغییر دمای یخ شده نتیجه می‌گیریم که ۲۰ ثانیه صرف تغییر حالت یخ شده حالت یخ شده است. اکنون جرم یخ ذوب شده را در این ۲۰ ثانیه حساب می‌کنیم:

$$2100 \times 20 = m' \times 336000 \rightarrow m' = \frac{1}{8}\text{kg}$$

$$\rightarrow m' = \frac{1}{8} \times 1000 = 125\text{g} \text{ جرم یخ ذوب شده}$$

گام سوم: نتیجه می‌گیریم که مخلوط  $m = 200 - 125 = 75$  گرم یخ و ۱۲۵ گرم آب با دمای صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت.

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: متوسط)

۴۱. گزینه ۲ درست است.

$80^{\circ}\text{C}$  است که نشان می‌دهد اگر جرم آب و یخ یکسان باشد، یخ برای ذوب کامل دمای آب را  $80^{\circ}\text{C}$  پایین می‌آورد؛ پس اکنون که دمای آب  $20^{\circ}\text{C}$  پایین آمده، نشان می‌دهد جرم آب ۴ برابر یخ است:

$$m_1 \lambda_f^{80} = m_2 \times c \times |\Delta\theta| \Rightarrow m_1 \times 80 = m_2 \times 20$$

$$\Rightarrow m_2 = 4m_1$$

اکنون برای ادامه فرآیند رابطه دمای تعادل را می‌نویسیم:

$$m_1 \times c \times (\theta_{eq} - 0) + m_2 \times c \times (\theta_{eq} - 50) = 0$$

$$\theta_{eq} + 4\theta_{eq} - 200 = 0$$

$$\Rightarrow 5\theta_{eq} = 200 \Rightarrow \theta_{eq} = 40^{\circ}\text{C}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: دشوار)

۴۲. گزینه ۳ درست است.

بخشی از گرمای داده شده به آب باید دمای  $500\text{ g}$  آن را از  $20^\circ\text{C}$  به  $100^\circ\text{C}$  برساند و باقی مانده آن گرما صرف تبخیر  $m$  گرم آب می شود؛ پس:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = mc\Delta T + mL_V$$

$$\Rightarrow 735 \times 10^3 = 500 \times 10^{-3} \times 4200 \times (100 - 20) + m' \times 2268 \times 10^3$$

$$\Rightarrow m' = 0.75 \text{ kg} = 750 \text{ g}$$

$$\frac{m'}{m} \times 100 = \frac{750}{500} \times 100 = 150\%$$

(فیزیک ۱ - فصل ۴ - سطح دشواری: متوسط)

۴۳. گزینه ۴ درست است.

گام اول: ابتدا سرعت اولیه اتومبیل را تعیین می کنیم:

$$v = at + V_0 \xrightarrow[t=10\text{s}]{v=0} 0 = -10 a_0 + v_0 \Rightarrow v_0 = 10 a_0$$

گام دوم: با نوشتن رابطه جابه جایی - زمان، بزرگی شتاب را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \begin{cases} x_3 = -\frac{1}{2}a_0(3)^2 + 10a_0(3) \\ x_2 = -\frac{1}{2}a_0(2)^2 + 10a_0(2) \end{cases}$$

$$\text{جابه جایی در ثانیه سوم} = x_3 - x_2 = 15\text{m}$$

$$-\frac{9}{2}a_0 + 30a_0 + 2a_0 - 20a_0 = 15 \Rightarrow 15 = 7.5a_0$$

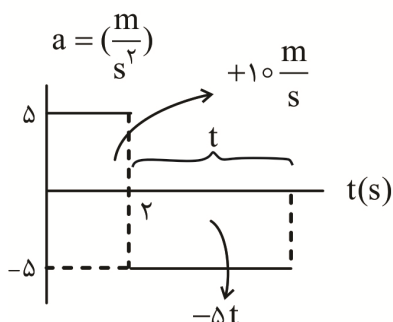
$$a_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۴۴. گزینه ۳ درست است.

برای اولین بار شتاب متوسط  $+\frac{3}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و برای بار دوم  $-\frac{3}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  می شود. ضمناً از این نکته مفید بهره می گیریم که سطح زیر

نمودار شتاب - زمان بیانگر تغییرات سرعت است:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$-3 = \frac{10 - 5t}{2 + t}$$

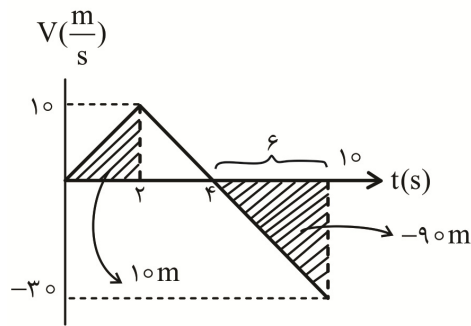
$$-6 - 3t = 10 - 5t$$

$$2t = 16$$

$$t = 8\text{ s}$$

در ادامه برای تشخیص نوع حرکت و نیز محاسبه مسافت طی شده در بازه زمانی که حرکت تند شونده است، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم.

توجه کنید با معلوم بودن تغییرات سرعت در هر بازه زمانی سرعت نهایی در آن بازه را تعیین می کنیم:



$$v(t=2s) = 0 + 10 = 10 \frac{m}{s}$$

$$v(t=4s) = 0 + 10 - 40 = -30 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی ۰ تا ۲s و نیز ۴s تا ۱۰s اندازه سرعت متحرک افزایش و حرکت تندشونده است. جابه‌جایی در هر قسمت را به کمک سطح زیر نمودار سرعت - زمان تعیین می‌کنیم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 10 + 90 = 100m$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

گام اول: می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (I)$$

ثانیه ششم بازه زمانی  $t_1 = 5s$  و  $t_2 = 6s$  است؛ پس با نوشتن معادله سرعت داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t_1=5s]{v_0=11 \frac{m}{s}} v_1 = 5a + 11$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t_2=6s]{v_0=11 \frac{m}{s}} v_2 = 6a + 11$$

چون جابه‌جایی در ثانیه ششم صفر است؛ پس:

$$\Delta x = 0 \xrightarrow{(I)} v_1 + v_2 = 0 \Rightarrow 5a + 11 + 6a + 11 = 0$$

$$11a = -22 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: حال معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم و می‌دانیم با ترسیم نمودار  $v-t$  می‌توانیم مسافت را به دست آوریم:

$$v = -2t + 11$$

$$\frac{5/5}{11} = \frac{6/5}{v'} \Rightarrow v' = 13 \frac{m}{s}$$

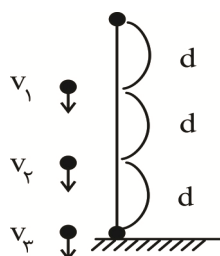
$$L = s_1 + s_2 = \frac{1}{2} \times 11 \times 5/5 + \frac{1}{2} \times 13 \times 6/5$$

$$\Rightarrow L = 72/5 m$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

۴۶. گزینه ۳ درست است.

گام اول: از رابطه مستقل از زمان با شتاب ثابت، برای دو قسمت اول استفاده می‌کنیم و تندی جسم را در آخر جابه‌جایی دوم حساب می‌کنیم:



$$v_2^2 = 2gh \xrightarrow{h=2d} v_2 = \sqrt{2g \times 2d}$$

$$\rightarrow v_2 = 2\sqrt{gd}$$

گام دوم: از همان رابطه مستقل از زمان برای کل سه قسمت استفاده می‌کنیم و تندی گلوله را در آخر سومین قسمت حساب می‌کنیم:

$$v_3 = \sqrt{2g \times 3d} = \sqrt{6gd}$$

گام سوم: سرعت متوسط را برای سومین قسمت حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_3}{2} \rightarrow v_{av} = \frac{\sqrt{6gd} + 2\sqrt{gd}}{2}$$

$$v_{av} = \sqrt{gd} \left( \frac{\sqrt{6}}{2} + 1 \right)$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

گام اول: براساس قانون دوم نیوتن، داریم:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F_{\text{خالص}}}{m}$$

$$F_{\max} = F_1 + F_2 = 2/4 F \quad F_{\min} = |F_1 - F_2| = 0/4 F$$

$$a_{\max} = \frac{2/4 F}{m} \quad a_{\min} = \frac{0/4 F}{m}$$

گام دوم: نسبت  $\frac{a_{\max}}{a_{\min}}$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a_{\max}}{a_{\min}} = \frac{2/4}{0/4} = 6$$

راه حل دوم:

می‌توان مستقیماً از نسبت نیروی خالص وارد بر جسم در دو حالت استفاده کنیم:

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{m}{m} \times \frac{a_{\max}}{a_{\min}}$$

$$\frac{a_{\max}}{a_{\min}} = \frac{2/4}{0/4} = 6$$

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۴۸. گزینه ۱ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست است؛ زیرا با توجه به مدل‌سازی انجام‌شده در شکل صفحه ۳۵ کتاب درسی، نیروی وزن از مرکز کره زمین به جسم وارد شده و عکس‌العمل آن از جسم به مرکز کره زمین وارد می‌شود.

(ب) نادرست است؛ زیرا با توجه به مدل‌سازی انجام‌شده در شکل صفحه ۳۵ کتاب درسی، نیروی وزن از مرکز کره زمین به میز وارد شده و عکس‌العمل آن از میز به مرکز کره زمین وارد می‌شود.

(پ) نادرست است؛ زیرا در هر شرایطی نیروهای عمل و عکس‌العمل هم‌اندازه‌اند.

(ت) درست است؛ قانون سوم نیوتن در هر شرایطی برقرار بوده و به سکون یا حرکت جسم وابسته نیست.

(ث) نادرست است؛ زیرا ممکن است حرکت آسانسور و جسم یکنواخت باشد، که در این شرایط هم مانند هنگام سکون آسانسور و جسم، نیروهای وارد بر جسم، متوازن بوده و نیروی عمودی سطح وارد بر جسم با وزن آن هم‌اندازه است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

گام اول: اختلاف وزن دو جسم روی یک سیاره از رابطه  $W_1 - W_2 = (m_1 - m_2)g$  به دست می آید؛ بنابراین می توان نوشت:  
 $(W_1 - W_2) = (m_1 - m_2)g = 9/6(m_1 - m_2)$  : سطح زمین  
 گام دوم: اختلاف وزن را در سطح سیاره مریخ محاسبه می کنیم:

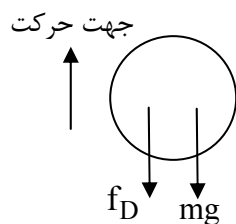
: سطح مریخ  $(W'_1 - W'_2) = (m_1 - m_2)g' = 3/2(m_1 - m_2)$

$$\frac{W'_1 - W'_2}{W_1 - W_2} = \frac{3/2}{9/6} \rightarrow \frac{W'_1 - W'_2}{W_1 - W_2} = \frac{3/2}{9/6} \rightarrow W'_1 - W'_2 = 1N$$

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

هنگامی که جسم به طرف بالا حرکت می کند، نیروی مقاومت هوا به سمت پایین است؛ پس:



$$F_{net,y} = ma$$

$$-mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow -20 - 4 = 2a \Rightarrow a = -12 \frac{m}{s^2}$$

حال داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$$

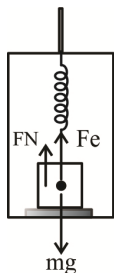
$$0 - 12^2 = 2 \times (-12) \times \Delta y \Rightarrow \Delta y = 6m$$

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.

در حالتی که آسانسور ساکن است، نیروها متوازن هستند و می توان نوشت:



$$F_N + F_e = mg \rightarrow F_N = mg - kx$$

$$F_N = 100 - 4 \times 20 = 20N$$

گام دوم: اگر آسانسور با شتاب  $3 \frac{m}{s^2}$  به طرف پایین شروع به حرکت کند، اگر جهت رو به پایین را با علامت مثبت در نظر

بگیریم، از قانون دوم نیوتن می توان نوشت:

$$mg - (F_N + F_e) = ma$$

در این حالت ابتدا نیروی عمودی سطح کاهش می باید و اگر شتاب به اندازه کافی زیاد باشد  $F_N$  به صفر می رسد و سپس نیروی کشش طناب کاهش می یابد.

گام سوم: اکنون تعیین می کنیم به ازای  $F_N = 0$ ، شتاب آسانسور چقدر می تواند باشد و آن را با شتاب آسانسور مقایسه می کنیم:

$$mg - (0 + F_e) = ma'$$

$$10 \times 10 - 4 \times 20 = 10a' \rightarrow a' = 2 \frac{m}{s^2}$$

چون شتاب آسانسور بیشتر از  $2 \frac{m}{s^2}$  است،  $F_N = 0$  می شود و نیروی فنر نیز کاهش می یابد و تغییر طول فنر را حساب می کنیم:

$$mg - F_e = ma \rightarrow 100 - 4x = 10 \times 3$$

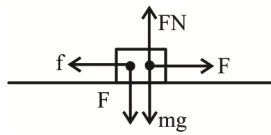
$$\rightarrow x = 17/5 cm$$

پس نتیجه می گیریم که ترازوی فنر مقدار  $20N$  و طول فنر مقدار  $2/5 - 17/5 = 20$  سانتی متر کمتر می شود.

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: بسیار دشوار)

۵۲. گزینه ۱ درست است.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و برای آستانه لغزش شرط  $F_{s\max} = \mu_s F_N$  را به کار می‌بریم.



$$\xrightarrow{F=F_1} F_1 - f_{s\max} = 0 \rightarrow F_1 = \mu_s F_N = \mu_s (F_1 + mg)$$

آستانه لغزش

$$F_1 = 0.5 F_1 + 0.5 \times 20 \rightarrow 0.5 F_1 = 10 \rightarrow F_1 = 20 \text{ N}$$

گام دوم: درحالتی که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیز نیروهای وارد بر آن متوازن هستند، اما نیروی اصطکاک از نوع اصطکاک جنبشی ( $f_k = \mu_k F_N$ ) بر آن اثر می‌کند و به‌ازای  $F = F_f$ ، مقدار  $F_f$  را حساب می‌کنیم.

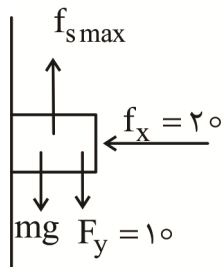
$$F_f - f_k = 0 \rightarrow F_f = \mu_k F_N = \mu_k (mg + F_f)$$

$$F_f = 0.2 \times 20 + 0.2 \times F_f \rightarrow 0.8 F_f = 4 \rightarrow F_f = 5 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۳. گزینه ۱ درست است.

با توجه به نیروهای وارد بر کتاب  $F_N$  برابر مؤلفه  $\vec{i}$  نیروی  $\vec{F}$  است. و برای آنکه پی‌بریم جسم ساکن است یا در حال حرکت است باید  $f_{s\max}$  را محاسبه کنیم:



$$f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F_x} f_{s\max} = \mu_s F_x$$

$$= 0.6 \times 20 = 12 \text{ N}$$

$$mg + F_y = 20 \times 10^{-3} \times 10 + 10 = 12 \text{ N}$$

زیرا جسم در آستانه حرکت است  $f_{s\max} = mg + F_y$

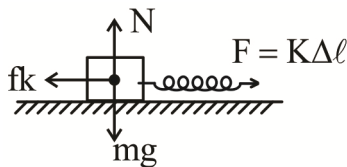
حال برای محاسبه  $R$  داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s\max}^2} = \sqrt{20^2 + 12^2} = 4\sqrt{13} \text{ N}$$

جسم حرکت نمی‌کند.

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۴. گزینه ۳ درست است.



گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و نیروی اصطکاک جنبشی ( $f_k$ ) را به‌دست می‌آوریم.

$$N = mg \xrightarrow{\substack{m=0.4 \text{ kg} \\ y=10 \text{ m} \\ s^2}} N = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_k^2 + N^2} \Rightarrow f_k = \sqrt{R^2 - N^2} \xrightarrow{\substack{f_k=4 \text{ N} \\ N=4 \text{ N}}} f_k = \sqrt{25 - 16} = 3 \text{ N}$$

گام دوم: رابطه قانون دوم نیوتن را می‌نویسیم و شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow k\Delta l - f_k = ma$$

$$0.4 \times 10 - 3 = 0.4 a \Rightarrow a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

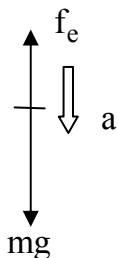
گام سوم: بزرگی سرعت را محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta x} \xrightarrow{\substack{a=2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \Delta x=5 \text{ m}}} v = \sqrt{25} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: دشوار)

۵۵. گزینه ۳ درست است.

حرکت جسم ابتدا کندشونده رو به بالا بوده و این یعنی جهت شتاب حرکت جسم رو به پایین است؛ ولی چون اندازه این شتاب از شتاب گرانش کمتر است، فنر کشیده شده و نیروی کشسانی فنر رو به بالا به جسم اثر می‌کند.



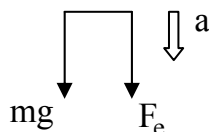
$$mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = m(g - a)$$

$$F_e = 5(10 - 2) = 40 \text{ N}$$

$$F_e = kx \Rightarrow 40 = 4 \times x \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow l_1 = l_0 + x \Rightarrow l_1 = l_0 + 10 \text{ cm}$$

در حالت دو، حرکت جسم تندشونده رو به پایین بوده و این یعنی همچنان جهت شتاب حرکت جسم رو به پایین است. با این تفاوت مهم که چون اندازه شتاب رو به پایین حرکت جسم از اندازه شتاب گرانشی بیشتر است، فنر فشرده شده و نیروی کشسانی فنر نیز رو به پایین خواهد بود.



$$mg + F_e = ma \Rightarrow 50 + F_e = 5 \times 12$$

$$\Rightarrow F_e = 60 - 50 = 10 \text{ N}$$

$$F_e = kx \Rightarrow 10 = 4x \Rightarrow x = 2.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow l_1 = l_0 - x \Rightarrow l_1 = l_0 - 2.5 \text{ cm}$$

با مقایسه طول فنر در حالت مشخص می‌شود، اختلاف طول فنر در این دو حالت  $2.5 \text{ cm}$  است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

### شیمی

۵۶. گزینه ۳ درست است.

مطلب (۱) درست است. از کلسیم اکسید برای کنترل میزان اسیدی بودن دریاچه‌ها استفاده می‌شود.

مطلب (۲) درست است. به‌طور کلی اکسیدهای فلزی را اکسید بازی و اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌گویند.

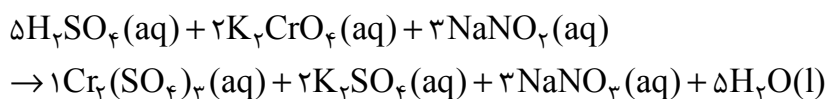
مطلب (۳) نادرست است؛ زیرا  $\text{Br}_2$  یک نافلز است و انتظار داریم اکسید آن اسیدی باشد.

مطلب (۴) درست است. گوگرد دارای دو اکسید اسیدی با فرمول‌های  $\text{SO}_2$  و  $\text{SO}_3$  است.

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۷. گزینه ۳ درست است.

معادله پس از موازنه به‌صورت زیر در خواهد آمد:



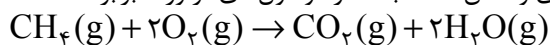
مجموع ضرایب مواد پس از موازنه برابر ۲۱ است.

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۱ درست است.

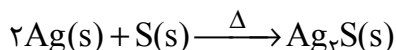
عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا در یک معادله موازنه‌شده ممکن است، شمار مول‌های واکنش‌دهنده با شمار مول‌های فرآورده برابر نباشد.

عبارت «ب» درست است. در معادله سوختن کامل متان شمار مولکول‌های واکنش‌دهنده با شمار مولکول‌های فرآورده برابر است.



عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا در واکنش‌های هسته‌ای قانون پایستگی جرم برقرار نیست.

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا معادله واکنش نقره و گوگرد به‌صورت زیر است:



(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۵۹. گزینه ۲ درست است.

$$370 = \frac{x}{5 \times 10^3 L} \times 10^6 \Rightarrow x = 1.85 L$$

$$390 = \frac{1.85}{y \times 10^3} \times 10^6 \Rightarrow y = 4.74 m^3$$

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۶۰. گزینه ۲ درست است.

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا پرتوهای خورشیدی پس از برخورد به زمین با طول موج‌های بلندتر به هواکره برمی‌گردند.

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا اوزون نقطه جوش بالاتری نسبت به اکسیژن دارد، پس در شرایط یکسان آسان‌تر مایع می‌شود.

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: آسان)

۶۱. گزینه ۳ درست است.

مطالب اول، دوم و چهارم درست هستند.

مطلب سوم نادرست است؛ زیرا قیمت تمام شده تولید پلاستیک بر پایه نفتی در کارخانه‌ها نسبت به تولید پلاستیک‌های زیست

تخریب‌پذیر کمتر است.

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۶۲. گزینه ۴ درست است.

ابتدا مول گاز هر بادکنک را تعیین می‌کنیم:

$$0.8 g He \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 g He} = 0.2 \text{ mol He}$$

$$5.6 g N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 g N_2} = 0.2 \text{ mol } N_2$$

$$7.1 g Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{71 g Cl_2} = 0.1 \text{ mol } Cl_2$$

عبارت «الف» نادرست است. حجم بادکنک A از C بیشتر است؛ زیرا مول گاز در این بادکنک بیشتر است.

عبارت «ب» درست است. حجم بادکنک‌های A و B برابر است؛ اما شمار اتم‌های بادکنک B دو برابر A است.

عبارت «پ» درست است. اگر گازهای موجود در بادکنک‌های B و C را مخلوط کنیم، حجم نهایی ۶/۷۲ خواهد شد: (شرایط STP)

$$0.3 \text{ mol} \times \frac{22.4 L}{1 \text{ mol}} = 6.72 L$$

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا برای آنکه حجم دو بادکنک در شرایط یکسان برابر شود، باید شمار مول‌های دو بادکنک برابر باشد.

$$3.01 \times 10^{22} \text{ مولکول} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} = 0.05 \text{ mol } H_2$$

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۶۳. گزینه ۴ درست است.

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



به‌ازای مصرف هر مول پنتان، ۵ مول CO (۵۶ گرم) و ۳ مول CO<sub>۲</sub> (۱۳۲ گرم) تولید می‌شود.

$$CO, CO_2 \text{ جرم } 132 - 56 = 76 g$$

اگر تفاوت جرم CO<sub>۲</sub> و CO را با نماد a نمایش دهیم داریم.

$$۱۹ga \times \frac{۱molC_5H_{12}}{۷۶ga} \times \frac{۷۲gC_5H_{12}}{۱molC_5H_{12}} = ۱۸gC_5H_{12}$$

$$۱۹ga \times \frac{۶molH_2O}{۷۶ga} \times \frac{۱۸gH_2O}{۱molH_2O} = ۲۷gH_2O$$

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: دشوار)

۶۴. گزینه ۱ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت  $۲KClO_3(s) \rightarrow ۲KCl(s) + ۳O_2(g)$  خواهد بود. حجم گاز  $O_2$  تولیدشده در شرایط STP برابر است با:

$$۴۹gKClO_3 \times \frac{۱molKClO_3}{۱۲۲.۵gKClO_3} \times \frac{۳molO_2}{۲molKClO_3} \times \frac{۲۲.۴LO_2}{۱molO_2} = ۱۳.۴۴LO_2$$

حال می‌توان نوشت ( $T_1$  و  $V_1, P_1$ ) در شرایط STP فرض شده‌اند.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{۱ \times ۱۳.۴۴}{۲۷۳} = \frac{۲ \times ۱۰/۰۸}{T_2} \Rightarrow T_2 = ۴۰۹/۵K$$

دما برحسب سانتیگراد برابر است با:

$$۴۰۹/۵ - ۲۷۳ = ۱۳۶/۵^\circ C$$

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: دشوار)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

مطلب (۱) نادرست است؛ زیرا بر اثر جرقه در مخلوط  $H_2$  و  $N_2$  واکنش خاصی رخ نمی‌دهد.  
مطلب (۲) درست است. آمونیاک نوعی کود نیتروژن دار است که به‌طور مستقیم به خاک اضافه می‌شود.  
مطلب (۳) نادرست است؛ زیرا آمونیاک همانند نیتروژن کاربردهای صنعتی زیادی دارد.  
مطلب (۴) نادرست است؛ زیرا در فرآیند هابر از  $Fe$  (گروه ۸ و دوره ۴) به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۴ درست است.

$$۱km \times \frac{۶۰۰۰۰molCO_2}{۲۰۰۰۰km} \times \frac{۴۴gCO_2}{۱molCO_2} = ۱۳۲gCO_2$$

از آنجا که با طی هر کیلومتر مسافت  $۱۳۲g$  کربن دی‌اکسید وارد هوا می‌شود برحسب آلاینده‌ی خودرو B است.  
با طی هر کیلومتر مسافت  $۱۲$  گرم کربن دی‌اکسید اضافی وارد هوا می‌شود؛ پس داریم:

$$۲۰۰۰۰Km \times \frac{۱۲gCO_2}{۱Km} \times \frac{۱KgCO_2}{۱۰۰۰gCO_2} \times \frac{۲yuro}{۱۰۰KgCO_2} = ۴/۸ \text{ یورو}$$

$$۱۰۰ + ۴/۸ = ۱۰۴/۸ \text{ = مالیات متغیر + مالیات ثابت = مالیات خودرو}$$

(شیمی ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.  
عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا آب دریاها و اقیانوس‌ها را مخلوط همگن در نظر می‌گیریم.  
عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا در مراکز تأمین آب آشامیدنی برخی یون‌ها مثل  $F^-$  را به آب می‌افزایند.  $Ca^{2+}$  به‌طور طبیعی در آب وجود دارد.

عبارت «ث» نادرست است؛ زیرا فرمول آمونیوم پرکلرات  $NH_4ClO_4$  است. (۴ نوع عنصر و ۱۰ اتم)

(شیمی ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۲ درست است.

در ساخت صابون‌های جامد و مایع به ترتیب یون‌های  $\text{Na}^+$  و  $\text{K}^+$  به کار می‌روند.

$$11500 \text{ kg آب} \times \frac{10/5 \text{ gNa}^+}{1 \text{ kg آب}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ gNa}^+} = 5250 \text{ mol Na}^+$$

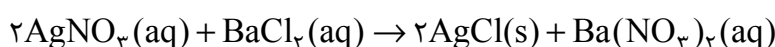
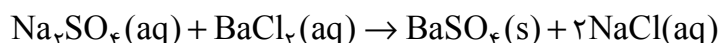
$$11500 \text{ kg آب} \times \frac{0/38 \text{ gK}^+}{1 \text{ kg آب}} \times \frac{1 \text{ mol K}^+}{39 \text{ gK}^+} \cong 112 \text{ mol K}^+$$

$$5250 + 112 = 5362 \text{ mol}$$

(شیمی ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۲ درست است.

با افزودن باریم کلرید به هر دو محلول رسوب ایجاد می‌شود.



(شیمی ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

فرمول یون پرمنگنات  $\text{MnO}_4^-$  و فرمول یون منگنات  $\text{MnO}_4^{2-}$  است.

مطلب (۱) نادرست است؛ زیرا فرمول باریم پرمنگنات  $\text{Ba}(\text{MnO}_4)_2$  و فرمول آلومینیوم نیترات  $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$  است.

مطلب (۲) نادرست است؛ زیرا نسبت شمار کاتیون به آنیون در  $\text{Na}_2\text{MnO}_4$  برابر ۲ و نسبت شمار آنیون به کاتیون در  $\text{MgCO}_3$  برابر ۱ است.

مطلب (۳) نادرست است؛ زیرا یک مول شمار الکترون‌های مبادله‌شده ضمن تشکیل یک مول  $\text{ZnMnO}_4$  دو برابر شمار الکترون مبادله‌شده ضمن تشکیل  $\text{RbMnO}_4$  است.

مطلب (۴) درست است. فرمول شیمیایی مس (I) پرمنگنات به مانند فرمول شیمیایی مس (II) منگنات به صورت  $\text{CuMnO}_4$  است.

(شیمی ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

عبارت‌های «ب» و «ث» درست هستند.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا تولید انرژی الکتریکی پاک و ارزان دستاوردی از الکتروشیمی است.

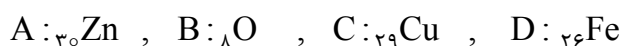
عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا یکی از راه‌های بهره‌گیری از انرژی ذخیره‌شده در فلزها، اتصال آن‌ها در شرایط مناسب به یکدیگر است.

عبارت «ت» نادرست است. در باتری با انجام یک فرآیند شیمیایی انرژی الکتریکی تولید می‌شود.

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

معرفی اتم‌های داده‌شده:



مطلب (۱) نادرست است؛ زیرا با قرار دادن فلز مس در محلول حاوی یون‌های  $\text{Zn}^{2+}$  واکنش انجام نمی‌شود.

مطلب (۲) درست است. قدرت کاهندگی  $\text{Zn}$  از  $\text{Fe}$  بیشتر است و اکسیژن برخلاف روی اکسند است.

مطلب (۳) نادرست است؛ زیرا در واکنش روی و اکسیژن به‌ازای مصرف هر مول روی ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

مطلب (۴) نادرست است؛ زیرا در واکنش داده‌شده، D کاهنده و  $\text{C}^{2+}$  اکسند است.

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

مطابق با واکنش داده شده در می یابیم که با مصرف ۲ مول آلومینیوم، ۶ مول الکترون بین گونه های اکسند و کاهنده مبادله می شود. و با فرض رسوب ۵۰ درصد از فلز مس بر روی تیغه ۴۲ گرم به جرم تیغه فلزی اضافه می شود.

$$\frac{1}{806} \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{42 \text{ g جرم افزایش}}{6 \text{ mole}^-} = 2/1 \text{ g}$$

پس جرم تیغه فلزی به ۴۲/۱ گرم می رسد.

$$\frac{1}{806} \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{3 \text{ mol CuSO}_4}{6 \text{ mole}^-} = 0/15 \text{ mol}$$

پس ۰/۱۵ مول از  $\text{CuSO}_4$  مصرف می شود. با توجه به اینکه در ابتدا ۰/۲۵ مول از این ماده در محلول وجود داشته می توان نتیجه گرفت که ۰/۱ مول از آن در محلول باقی مانده است:

$$\text{غلظت نهایی} = \frac{0/1 \text{ mol}}{0/5 \text{ L}} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: دشوار)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

قدرت کاهندگی M از A کمتر است؛ پس نمی تواند  $A^{2+}$  را از حالت محلول خارج کند، اما قدرت کاهندگی M از B بیشتر است؛ پس  $B^{2+}$  از محلول خارج می شود و غلظت  $M^{2+}$  افزایش می یابد.

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: دشوار)

۷۵. گزینه ۱ درست است.

عبارت های «الف» و «ت» درست هستند.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا آنیون های  $\text{NO}_3^-$  به سمت نیم سلول آند (مس) حرکت می کنند.

عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا معادله واکنش انجام شده به صورت  $\text{Cu} + 2\text{Ag}^+ \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2\text{Ag}$  است.

$$\frac{3/2 \text{ g Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 10/8 \text{ g Ag}$$

عبارت «ث» نادرست است؛ زیرا غلظت  $\text{Cu}^{2+}$  در محلول آند در حال افزایش است.

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۷۶. گزینه ۳ درست است.

در سلول گالوانی (Cu - SHE) آند، SHE است. با انجام نیم واکنش  $\text{H}_2 \rightarrow 2\text{H}^+ + 2e^-$  جرم تیغه فلزی در آن تغییر نمی کند.

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۴ درست است.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا واکنش  $\text{Cu}^+ + 2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cu} + \text{Cl}_2$  به طور طبیعی انجام نمی شود؛ زیرا قدرت کاهندگی  $\text{Cl}^-$  از Cu کمتر است.

عبارت «ب» درست است. واکنش  $2\text{Cu}^+ + \text{Sn}^{2+} \rightarrow \text{Sn}^{4+} + 2\text{Cu}$  به طور طبیعی انجام می شود و با آزاد شدن انرژی همراه است.

عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا  $\text{Sn}^{2+}$  از همه کاهنده تر و  $\text{Cl}_2$  از همه اکسند تر است.

عبارت «ت» درست است؛ زمانی که فلز M با  $\text{Sn}^{4+}$  واکنش می دهد به یقین با کلر هم واکنش می دهد؛ زیرا

$E(\text{Sn}^{4+}/\text{Sn})$  از  $E^\circ(\text{Cl}_2/\text{Cl}^-)$  کوچک تر است. (شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۷۸. گزینه ۴ درست است.

$$0.46 = E^\circ_A - 0.34 \Rightarrow E^\circ_A = 0.8V$$

$$0.46 = 0.34 - E^\circ_B \Rightarrow E^\circ_B = -0.12V$$

$$\frac{emf(Zn - B)}{emf(Zn - A)} = \frac{-0.12 + 0.76}{0.8 + 0.76} = \frac{0.64}{1.56} \cong 0.41$$

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۷۹. گزینه ۳ درست است.

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر در می آید:



مجموع ضرایب گونه‌ها پس از موازنه برابر ۱۸ است. (شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۸۰. گزینه ۱ درست است.

فلز M در نقش آند است و از آنجا که با مصرف ۰/۵ مول از آن ۱ مول الکترون مبادله شده است، می توان به بار کاتیون آن پی برد. بار کاتیون آن (۲+) است. معادله واکنش کلی به صورت  $M + 2Ag^+ \rightarrow M^{2+} + 2Ag$  است.

$$\frac{\text{تغییرات جرم تیغه Ag}}{\text{تغییرات جرم تیغه M}} = \frac{2 \times 108}{M} = 3/6 \Rightarrow M = 60 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۳ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور



تشریحی

# برگزاری آزمایشی شبه امتحانات نهایی

دروس عمومی و اختصاصی پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم



برگزاری آزمون تشریحی  
قبل از امتحانات میانی و نهایی کشوری

✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات و نحوه مطالعه کتب درسی جهت شرکت در امتحانات نهایی؛  
✓ ارزیابی کیفی و کمی سطح آگاهی و آمادگی دانش‌آموزان؛

sanjesheducationgroup

صدای داوطلب ۰۲۱-۴۲۹۶۶

sanjeshserv

ثبت‌نام‌گروهی دبیرستان‌ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱-۳

www.sanjeshserv.ir

## اطلاعیه شرکت در

### آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)

#### ویژه دانش آموزان پایه های دهم، یازدهم و دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری

رشته های شاخه نظری دوره دوم آموزش متوسطه

به اطلاع تمامی مدیران، مشاوران، دبیران گرامی و نیز داوطلبان آزاد و دانش آموزان دوره دوم متوسطه می رساند:

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان بنسج آموزش کشور با توجه به **تأثیر قطعی**

**سوابق تحصیلی** در نتیجه کنکور سراسری سال تحصیلی جاری و آمادگی هرچه بهتر دانش آموزان

جهت **حضور در امتحانات مستمر اول و دوم (پایانی نوبت اول و دوم)** نسبت به طراحی و برگزاری

آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی) اقدام نموده است.

از مهم ترین مزایای آزمون آزمایشی شبه نهایی می توان به موارد ذیل اشاره نمود:

✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات (تشریحی) آزمون شبه نهایی؛ به تفکیک دروس عمومی و اختصاصی

✓ آشنایی و آماده سازی داوطلب با نمونه سؤالات شبه نهایی کشوری

✓ ارزیابی مداوم یاددهی و یادگیری مطالب درسی در پیشرفت تحصیلی دانش آموز؛

\* طراحی سؤالات آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)، بر اساس

ارزشیابی تحصیلی وفق مقررات و ضوابط موجود در وزارت آموزش و پرورش می باشد.

جهت اطلاع از تسهیلات، جزئیات ثبت نام و نحوه برگزاری آزمون به سایت شرکت به نشانی

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir) مراجعه فرمایید.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان

سازمان بنسج آموزش کشور